

概念形成に関する「圏論的」解釈について

A Category-theoretic Interpretation of Concept Formation

美馬 義亮†

Yoshiaki MIMA

† 公立はこだて未来大学

Future University Hakodate

mima@fun.ac.jp

概要

知識概念は、「表現の対象」を表わす複数の言葉（キーワード）間の関係（概念マップ）として表現されると考えてみる。記号間の関係にすぎない形式知も、学習者がそれらを解釈する活動（グラウンディング、接地）を通して、概念理解を促すことができる。本稿では「圏論」の考え方の一部を援用し、人間の概念獲得プロセスの解釈を試みる。

キーワード：学習、圏論、概念構成、記号接地

1. はじめに

数学の一分野である「圏論」の考え方を、認知科学的研究に援用するという試み [1] が始められている。本稿では、構成主義的な立場（たとえば [2]）をもとに、認知科学的な対象である理解のプロセスについて考察する。ここでは、学習とは自己の拡張に伴う変化と考える。概念とは、自己拡張を行うための様々な道具の働きそのものであり、その記述でもある。

本研究の主たる動機は、人の学習活動に関する記述である。主として「深い学び」と呼ばれるような概念形成過程を説明するために、「抽象化」や「概念獲得」に関して、関手や可換図式などの「圏論的」な考え方をを用いて、具体的な例を併記しながら説明を試みる。

この議論の延長上に、「概念構造の複雑さとは独立に、問題によって分かりやすさが異なること」に関する解釈が可能になると考える。

2. 「理解」について

2.1 概念理解への筋道

高校の数学で出会う「微分法」のように、多くの人が、最初に聞いたり、読んだりしただけでは、すんなり理解したと思うことが、難しく感じるようなものがある。このような学習の場においては、理解に至るまでの段階では、「書いてあることが何を意味するのか、不明」な気分になるのだが、もし理解できたとすれば、

「まさに教科書に書いてある通り、当然のことである」としか感じられないという経験をするようになる。

このとき、「あらたに与えられた道具が、いつのまにか手に馴染むように使えるようになり、それを使うときには意識する必要すらなくなる」ように、透明化され、身体に一体化されるという経緯をたどる。

こうした概念理解の前後においては、学習者の周辺ではいったい何が変化しているのか。学習者が、抽象的な概念に対して「わかる」と概念獲得を意識できるとき、そこにはどのような現象が起こっているのだろうか。

2.2 概念の表現

概念に関する観念的な議論になることを回避する努力の一つとして、考察の対象となる概念の具体例をあげてみる。高校数学の範囲でいえば、様々な学習单元、たとえば「三角法」、「ベクトル」、「微積分」などは重要な数学概念であろう。これらは高校数学の枠組みの中で独立性の高い「概念」として捉えることができる。

「概念」という言葉の意味について、本稿の中では、詳しく検討を行うことはできないが、「概念が言葉や図形を用いて表現できる」ことを仮説的前提として受け入れて議論をすすめたい。

実際に、高校数学に関連する概念は、数学の教科書に記述されており、高校生は教科書を読むことによりその概念を知識として身につけることができ、その概念にもとづいた解釈や、問題解決行動を行うことができるようになる。

概念の記述に必要な、知識表現の構成について振り返ってみる。数学の教科書の中に記述されている大切なものの一つは、「平均の速さ」とか「瞬間の速さ」というような新しい数学用語なる言葉であり、それらの言葉に対する解説である。用語の解説は、既存知識を

用いて説明がなされることもあれば、その場に出現した新たな用語の関係として表現される場合もある。

高校数学として学ぶ個々の概念（学習の単元に相当するもの）は、それぞれが独特の構造をもつ。これらの概念を理解するという事は、それらの概念に基づいて、その数学が記述する個々の事例に関する出来事を再現・解釈することや、より高度な数学の理解に役立るようになることである。

理解の過程では、このようにして、概念を構成する関係をなぞる状態から始まるが、場合によっては、概念や用語の存在を意識せず、事例の再現・解釈ができるようになってしまう（透明化される）こともある。

2.3 概念理解のプロセス

学習者が書籍などをおして、あるいは教員の支援を得て、知識を獲得することは、よくある学習形態のひとつである。

ここでは、手始めに書籍のような非対話的なメディアを対象として行われる知識獲得について、抽象的な概念が獲得されるまでのプロセスについて、記述を試みる。

学習の前提：学習者は、対象となる知識を得るための前提となる「前段階の知識」を持つことが想定されている。この知識とは、自分自身のなかで、その対象ならびに対象の操作、操作結果について、言語的による表現が可能な程度に整理がなされており、学習者が説明のためにそれらの言葉を自由に使える程度の状況になっていることが望ましい。

語彙の拡張：まず、学習の手がかりとなる「知識の概念」を記述するためのテキストや形式化された図式により表現されたもの（つまりは概念が表現されたものである）。これらは、日本語や英語などの自然言語や、状態を表す図などで記述されている。

未知の概念を「わかる」ためには、まず、「わからないもの」が存在するはずである。論理的構成からみると、最初に理解すべき「わからないもの」は概念の要素を表す言葉である。

獲得しようとしている概念の構成要素を表す技術用語などは、学習者にとっては、未知の語彙であり、それが意味することを説明ができない状態から学習が始まり、学習の前提となる知識で、これらの用語と対照的理解をすすめることになる。

概念を学習し、知識を形成し、説明するためには、一般に複数の用語が必要である。それらの用語に対しては、その意味を与える説明が（たとえば、テキスト

の中に）存在し、「概念の地図」となってネットワーク構造を形成する。

概念の論理的構成の理解：概念に付随して登場する対象用語を用いて、これらの用語について、言葉で表現したり、図で示すことにより、それらの関係を指し示すことがなされ、その概念に関連した用語間の抽象的な構造が与えられる。

ただし、これらの知識は、「記号先行型」とでも言えるものであって、その説明をうけたからといって必ずしも、学習者がどの概念を道具として使えるものではない。

これに、高校数学の学びを対応させると、用語の定義、定理の証明や公式の導出などが、対象を定義し、対象を扱う手順を与える段階がまず存在する。

この段階で、学習者の立場から理解を語るとおそらく、「(教科書が) 伝えようとしていることはわかったけれど、それほど実感が伴っているわけではない」とか「アタマではわかった」、という程度の理解になるだろう。

概念と具体事例の関係づけ：上記のような状態から、さらに理解をすすめるためには、学習者は多くの具体事例での体験を積む。高校数学における、ベクトルの学びを例にとれば、学習者はベクトルの意味するものの定義、ベクトルの大きさ、ベクトルの合成、ベクトルの内積、などの用語の意味を理解する。ここまででは、ベクトルの世界の言葉の意味を知り、記号としてのベクトルの扱い方について知ることがその学習内容である。

つぎに、それぞれのベクトルに設定された制約や性質を用いて、「この線分の長さは50でなければならない」というような、2次元平面上の幾何学図形の性質を導くことができるようになれば、ベクトルの概念の理解が一定程度成立したと考えることができる。

これらの概念獲得を行うのに用いられるのが、「問題集」である。抽象性の高い理論は、その背景に数多くの具体事例をもって、それらの具体事例から抽出された共通の性質のみを取りまとめたものなのである。

学習者は、操作の結果の体験を数多く重ねることにより、ベクトルが頭の中に、自然に思い浮かべることができるようになる。ベクトルは、そもそもは、被除湯に自由な方向をもった線分としてイメージするものなのだろうが、多くの問題を解いた後は、それらの方向つき線分を思い浮かべる方法に構造やきまりが現れるようになる。たとえば、複数のベクトルが視点を固定して、終点のある面上に置くという図などはそうい

うもの一つであろう。

操作を伴う理解：数学の学びであれば、理論をもちいて問題解決を重ねるうちに、自然に問題解決が必要になったとき特定の手法を思い出すというように、道具としての数学が自己の活動を拡張するような状態がたちあらわれる。このような状態に至ることが、当初の学習の目的であった。

高校生の学習スタイルの中には、操作に慣れることに関する学習のみがたち現れる場合もある。この場合には、問題は解けるのだが操作の意味が説明できないといった状況に陥っているケースもなくはない。

学習された概念は、一般に自分の拡張となるため、場合によっては意識されることもなくなることも起こりうるが、逆に、自己の拡張を実現した道具の意識化も起こりうる。

概念の意識化：新規に概念を理解する場では、これまでのべてきたように、言語や図形による記述としてあたえられたあと、具体的事例に基づき操作を始めることになる。このとき、概念の記述を参照しながら、道具使用の結果（効果）に対する関係を、注視するということが行われている。

操作の直感と概念がこのように強く結びつき、言語表現が可能なレベルで、意識化された解釈がなされる場合には、概念学習の過程が説明可能になる。

理解の失敗：「勘違い」という言葉は、概念再構成の失敗を示すものである。与えられた、概念を再現することは、その構造が一定の複雑さを持っているならば、それほど簡単なことではないことは多くの人が経験的に知っている。

概念を理解しようとしたとき、学習者の中には、既存の知識のネットワークで支えられた、新たなネットワークノードが構築され、それらのネットワークノード間に張り渡されたノード間に一定の関係を構築する。

「勘違い」のケースでは、いったん理解したと考えた概念に関するネットワークは、部分的には安定性をもったネットワークであると考えられていても、同時に存続すべき、ネットワーク同士が、それぞれ共存できない場合と考えられる。

従って、本当の意味の理解とは、矛盾のない概念ネットワークを再現することである。さらに、人の理解を確認するためには、その概念ネットワークが、文字や図によって表現され、他者に（再）伝達されうるものでなければならない。

概念表現と知識（再）伝達：矛盾なく表現された概念の表現は、学習を完了した者から、他者にはたらきか

け、概念の再構築をもたらし、結果として概念の移転を果たす。

このようにして、個人の中で確立された概念は、表現され、さらに、他者と伝達されていくわけだが、とはいえ、他者に伝達できるだけの概念獲得ができていくかは別問題である。一人前に概念の利用ができると感じて、他者に教えようとしたとき、疑問がいろいろ湧いてくるというのは少なくない。

3. 圏論の枠組みと思考概念

3.1 本研究の中での圏論の位置づけ

本稿では、圏論の考え方について言及するが、ここでの議論は、数学という分野の中で圏論を用いてなされている議論とは独立な部分が多い。圏論の概念を用いて、議論を進めようとはするが、むしろ、現段階では、「圏論」という分野で作られた定理などの、議論のほとんどを無視して論をすすめているわけで、研究としても萌芽的な段階でしかない。

3.2 本研究から見た圏論の骨格

現状では圏論分野で明らかにされている性質（定理）のほとんどを有効に利用しないにもかかわらず、圏論という数学の一分野の枠組みを援用していると主張する理由について説明を行う。数学的概念としての厳密な定義は専門書に譲るべきではあるが、ここでは、圏論から援用できると考える基本的な考え方について紹介する。

援用の一番の理由は圏論の枠組みの基礎にある「対象」というものが、人間が思考するときの「思考の対象」として（紙の上に）表現できることである、また、「思考の対象」間の関係の表現に利用しうる「射」という概念がある。射は、対象同士の関係や対象への作用を表す一方向の矢印として（やはり、紙の上に）表現することができる。

さらに、圏論においては、対象と射のあつまりとして表された関係や遷移の表現をまとめて「圏」と呼ぶ。圏は、ひとつの「(数学的)世界」に対する表象である。

圏論にはさらに、ひとつの圏からもう一つの圏へ対象と射の関係を表現することができる「関手」という概念がある。ことなる圏にあるものであっても、関手が存在するとできる場合には、二つの圏のなかのにある二組の対象同士の関係がある種の可換図式を満たす。可換図式というのは、大ざっぱな例えをすれば、実体と影のようなもので、一方の世界での関係が、他

方の世界に変形されながらも対応した映像として映し出せるようなものである。

3.3 具体物の抽象化, 同一性

圏論自体の記述対象は数学の世界のなかのものに限ると想定されているかもしれないが, その考え方を, 数学の対象とは考えにく様々な現象や事物にあてはめていわゆる哲学的な解釈を深めていくことは可能であろう。

圏論に関連した, 同一性 (アイデンティティ) にも関わる哲学的な考察 [5] にあるように, 圏論の枠組みは, 抽象化や知識構造の等価性の議論においては有効だと思われる。

4. 身体知と形式知間の対応について

一般に社会に共有される概念は, 紙や電子媒体のような伝達媒体上で記号化・言語化された形で存在する。前節までで紹介した, 概念と圏論的思考スタイルに関する考察をもとに, 以下のような仮説を立てた。

「記号化・言語化された形式知を理解するプロセスとは, 操作対象の概念的操作などの身体知をもとに, 形式知の記述を『なぞる』ことによって, 身体知が形式知と同じ型をした構造であることを確認しようとする行為」だと考える。

身体的体験で捉えられた対象や体験が言葉で語られるという事実は, 記号が対象や体験に結び付けられる仕組みがどこかに存在することを意味する。逆に, 両者を結びつける具体的な方法が存在しなければならない [3]。

学習者の中では, 「このような感覚」とか「このような操作」に結びつく身体知とそれに対応する形式知であるラベルは (多くは意識的に) 対応づけがなされ, 形式知として与えられた, 記号化・言語化された情報と比較される。

このような, 形式知の学習で起こっていることを, 内観的に観察してみると, 学習者は, 身体知的表現 ⇄ 形式知的表現での注視のやり取りを繰り返し, 思考過程において, その思考の表現が, 身体知的表現, 形式的表現のどちらを, どのように経由しても, 矛盾がおこらないように感じる状態にある。この対応が確認できたときに, 学習者は「腑に落ちた」「合点する」と感じ, 「理解」が成立する。

5. 理解の容易さ・困難さについて

形式知の理解が身体知への対応の構築に基づくものである考えると, Wason の選択問題 [4] のように, 形

式知の理解において分かり難さが大きく異なる問題があることの原因を説明できることがわかる。

対応する「身体知としてのパターンが経験されている形式知に対しては, 身体知⇄形式知の対応の確認を行えば良いだけなので, 理解までの手順は比較的短くて済む。しかし, 与えられた形式知に対応する身体知のパターンが, それまで経験で蓄積されていない場合には, その形式知を接地しうる身体知がなく, 理解に達することができなくなっていると解釈できる。

与えられた説明を納得するために, 連装して結びつく身体知が存在すれば, そこで納得, 差もなければ, 身体知を構築するわけにはいかず, 「アタマではわかる, 形式知」で納得するという結末を迎えるのかもしれないし, このような理解のための, 形式知をもたない場合には, 身体知を構築するための体験を求めることになるのかもしれない。

数学の時間に, 学習者が練習問題をたくさん解くことを勧められるのは, この身体 (経験) 知を築くためだと解釈できる。

6. 形式知を身体知に接地することの意味

こうした, 身体知と形式知の間に結びつけることによって少なくとも2点のメリットがあげられる。

一つ目のメリットは, 身体知の記号表象が行われることは, 個人的思考の中で「身体知の固定化」可能になることである。個別の認識者が世界の中で認識した, 存在感覚, 構造, 手続きなどは, 暗黙的な経験や知を記号化することにより, 自身の記憶を用いた, 保存と再生を可能にすることができる。

二つ目のメリットは, 「記号化された知」は外部化し, 主体である学習者から独立し, 一人歩きをすることが可能となることである。これは, 個人の作業のなかでは, 計算式を示すと数値的な計算がなされるといった, 記号に対する機械的処理が可能になるようなことであり, 未解決問題として発表した問題が, 他者によって解決されるような社会的な関係を含む活動を起こすことを可能にしている。

これらの事実は既知のものであろうが, 身体知と形式知の関連の重要性をここに確認しておきたい。

7. 考察と展望

本稿で, 圏論を援用したのは, 射や関手などのものつ作用が多く可換図式を内包しているためである。様々な作用をもつ道具の組み合わせを行うとき, それらの組み合わせで得られる操作の合成結果が, 可換図式を成立させると導かれた場合には, 道具がもたらす

対象への最終的な作用が同等なものになると解釈できる。

身体感覚を（記号により）表現できるようになった人間は、その次には、身体感覚の表現を新たな道具として使うということをはじめたのかもしれない。果たして、人間が「わかった」の来歴を知ることによって、圏論は有効な道具となるのだろうか。

謝辞

この研究の一部は JSPS 課題番号 JP18K11576 の助成を受けて実施しているものです。研究支援に感謝いたします。

文献

- [1] 高橋達二・布山美慕・寺井あすか（編），（2021）特集：圏論は認知科学に貢献できるか 認知科学, Vol. 28, No. 1, pp. 5-83.
- [2] エルンスト・フォン・グレーザーズフェルド，（2010）ラディカル構成主義，pp. 131-207, NTT 出版
- [3] フェルディナン・ド・ソシュール，（2016）新訳ソシュール一般言語学講義, p. 27, 研究社
- [4] Manktelow, K. I. (1999). Reasoning and Thinking. p. 8, Psychology Press.
- [5] 西郷 甲矢人 (2019). <現実>とは何か. 筑摩選書