圏論による意味推論のモデリング
Category theoretic approach to meaning inference

日髙　昇平[†]
Shohei Hidaka

[†] 北陸先端科学技術大学院大学
Japan Advanced Institute of Science and Technology

概要
同じ感覚・言語データに対して、我々は異なる意味や解釈を見出す。こうした意味推論に関する論考は心の哲学分野で深められてきたが、計算可能な形式は未整備である。これに対し、本研究は意味推論の最小課題として数列の類推問題を対象とし、その典型的な人の推論を説明する数理モデルを提示する。このモデルは、系統的な傾向性をもつ人の主観的な解釈の生起機序の解明を目指す「数理現象学」の萌芽ともいえるだろう。

キーワード：意味推論 (meaning inference), 類推 (analogy), モノイド (monoid), 圏論 (category theory)

1. 同じデータの異なる意味・解釈

我々は同じ(はずの)データから､異なる意味や解釈を見出す。あるいはデータの見方を変えて、過去の捉え方とは異なる捉え方を得ることがある。いわゆる曖昧図形と呼ばれるものが、そうした同一の感覚データに対する異なる知覚的解釈が生起する現象の顕著な一例になっている。その代表的な一つとしてネッカーキューブ(Necker cube)[5]と呼ばれる平面図形 (図 1a)がある。ネッカーキューブは一義的には平面図形であるが、それに対して我々は典型的には立方体のような立体図形を知覚する。

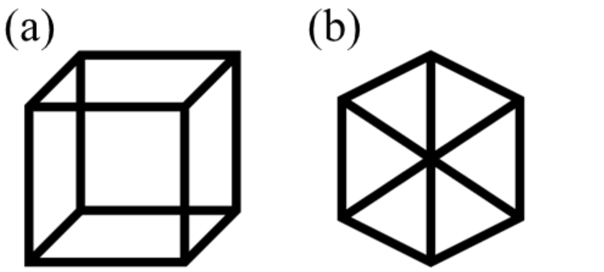

図 1 : (a) ネッカーキューブ、 (b) コッファーマンキューブ

2. 意味推論のパラドックス

一見して全く同一のデータに対して、複数の異なる解釈があり得る現象は、以下で意味推論のパラドックスと呼ばれる問題においても取り上げられる。

Wittgenstein は、文や言語の意味にある本質的な不定性に着目し、論理的にその意味を確定することはできないことを､多くの思考実験を例に挙げて論証した[8]。この思想に通底するのは、言語そのものには本質的な意味を表明する性質はなく、その言語の使い手の使い方に、言語の意味が潜在的に表現されるという考え方である。つまり、Wittgenstein によれば､「言語ゲーム」のプレイヤーの振る舞いが、言語の意味を反映する。

それでは、あるゲームのプレイヤーの振る舞いを観測するだけで、そのゲームの規則を推定することは可能だろうか。この問題は、帰納推論の困難性を導く。すなわち、有限の事例の観測を基にした帰納推論は、常に潜在的な誤りの可能性をもつ。この問題を、Goodman [1]は「Glue のパラドックス」という言語の意味に関する思考実験で指摘し､Kripke [3]は「クアス算」という仮説的な演算の思考実験にて指摘した。

つまり、Wittgenstein によれば、意味の推論は、プレイヤーの振る舞いに基づく帰納推論に帰着するが、しかし、その帰納推論は論理的な不確定性の問題をはらむ。しかし、人はそうした原理的に不確定性を有する問題(例えば､図 1(a)のネッカーキューブ)に対して、一定の方向性を持った解釈をする経験的な傾向を示す。こうした意味の推論に関する､理論的な論考の帰結と、経験的な人の傾向との間の矛盾を、本稿では意味推論のパラドックスと呼ぶ。

3. 意味推論のトイモデルとしての類推

意味推論のパラドックスを解消し、人の意味推論を説明する理論を構築する道筋の一つとして、ある与えられたデータに対して人が典型的に解釈する構造を数理的に解析するアプローチがある。

先に上げたネッカーキューブの立体構造に関して、日髙・高橋[8]は、ネッカーキューブの特殊な構造をアフィン同型群により特徴づけ、立体的な知覚が相対的に生起しにくいコッファーマンキューブ(図 1(b), [2])との違いを説明した。

こうした特殊な構造をもつ問題における意味推論は、これまでに上げてきた知覚・錯覚現象にとどまらない。一見して、知覚とは全く無関係に見える数列の類推に関しても、ネッカーキューブと同様の数理的な解析が可能であることが分かってきている。

以下では、近年、日高ら[15]が取り組むもう一つの意味推論課題の一つとして、数例の類推問題を紹介する。

三つ組み数列の類推問題

問: 三つ組み数列を三つ組み数列に変換するある関数fを適用したところ、以下のようになった：

$$f(1,3,7) = (3,7,1)$$
$$f(2,5,6) = (5,6,2)$$

このとき、$f(4,9,8)$の値はどうなるか答えよ。

この数列類推問題の答えとして、最も典型的な答えは

$$f(4,9,8) = (9,8,4)$$

である。実際、オンライン調査を行ったところ、62/63=99%がこの答を選んだ(N=63).

多くの読者は、この答は当然のことでほかに選択肢もないだろうと思われるかもしれない。しかし、ある種の論理に基づけば、この問題のあり得る答えは無限に存在する。つまり、以下の答え(a, b, c)にどのような実数を入れても、それを満たす関数fは存在する：

$$f(4,9,8) = (a,b,c).$$

これは線形代数の問題として具体的に考えれば(すなわち、f を線形関数に限れば)、ある答え$f(4,9,8) = (a,b,c)$に一致する関数fがちょうど一つあることは明確である(線形関数に限る必要はないが、それに限っても関数は無限に存在する)。

つまり、この類推問題は、論理的に考えれば、ある関数 f として可能な解釈が無限に存在するにも関わらず、人が経験的には一定の方向性で、その数列の意味(i.e., ここでは数列を満たす規則・関数)を推論する現象の一例となっている。

4. 意味推論への圏論的アプローチ

三つ組み数列の類推における人の意味推論を説明するには、前述の「(線形)関数適用」という暗黙の枠組みを超えて、より豊かな構造を取り扱う数学が必要になる。「関数適用」の枠組みでは、与えられたデータの一部である(1, 3, 7)は、あたかも 3 次元ベクトル空間の 1 点として捉えられていた。

これに対し、この点としての捉え方を含み、より一般化された枠組みの一つがモノイドとしての捉え方である[1]。モノイドとは、必ずしも逆元を持つとは限らない群で、単位元を含む集合で、その元の二項演算に閉じ、演算の結合律が成り立つものをいう。圏としてみた場合、対象を一つだけもつ圏ともみなせる。

データ(1, 3, 7)は 3 次元ベクトル空間の 1 点であるとともに、0 次元ベクトル空間V_0から 3 次元ベクトル空間V_3への写像(アフィン変換)の一つともみなすことができる(ベクトル空間を対象、アフィン変換を射とする圏における一つの射)。すなわち以下の写像である：

$$(1,3,7): V_0 \to V_3.$$

この立場に立てば、ある写像$g: V_3 \to V_3$で

$$g(1,3,7) = (1,3,7)$$

を満たす写像の集合を

$$G_{(1,3,7)} \coloneqq \{g: V_3 \to V_3 \mid g(1,3,7) = (1,3,7)\}$$

と書けば、集合$G_{(1,3,7)}$と写像の合成$\circ$を二項演算による構造はモノイドを構成する。$G_{(1,3,7)}$は恒等射像$1_{(1,3,7)}$を含み、写像の合成は結合律を満たすことを確認すればよい。

このモノイド(圏)としてのデータの見方は、特殊な場合として、集合が$G_{(1,3,7)} = \{1_{(1,3,7)}\}$である場合を含み、この場合が前述の「関数適用」で暗黙に仮定されていたデータの数学的な構造に対応する。

一方、一般に集合$G_{(1,3,7)}$はその特殊なケースより大きく、このより豊かな構造を持つモノイドとしての$G_{(1,3,7)}$を$G_{(3,7,1)}$にうつす写像$F: G_{(1,3,7)} \to G_{(3,7,1)}$は、モノイド準同型(関手)である。モノイド準同型では、集合を対応づけるのみならず、そのモノイドの二項演算(合成)を保存する必要がある。

これに加えて、同じ関手Fが$G_{(2,5,6)}$を$G_{(5,6,2)}$にうつす、という条件が、三つ組み数列の類推問題で要求されていると考えよう。これは圏論でいう pullback という構造の保存で表現でき、この条件を満たす関手 F は極めて特殊な構造をもつ関手に限られる。導出の詳細は割愛し、結論のみ言うならば、この特殊な関手 F は、以下の予測をもたらす：

$$F(4,9,8) = (9,8,4).$$

すなわち、この特殊な関手(i.e., pullback を保存する随伴関手)は、人の典型的な意味推論の結果と一致する。

1 モノイドを含むより一般化された数学の理論である圏論をこれ以降の記述言語として用いる。認知科学者に向けた圏論の入門的な文献として[14]を参照されたい。

5. まとめ：数理現象学に向けて

本稿では、意味推論のパラドックスの性質を持つ最も単純な問題及び認知現象として三つ組み数列の類推問題を取り上げ、その典型的な意味推論を説明する理論的枠組みを提案した。この理論枠組みは、必ずしも今回着目した数列を扱う問題に限らず、パタンの類似性[13]、線画の知覚[12]や、動き方向の錯視[11]など、意図推論[7]などの、他の異なる領域の問題における典型的な推論を説明するのに有用であると考えられる。

このような領域ごとに表面的には異なるデータ構造の違いを抽象化して、それらに共通する数理を統合的に記述する言語として、圏論が有用であろう[9]。

特に、意味推論のパラドックスに代表されるように、同一のデータに対する無数の定まらない潜在的な解釈がある場合、従来の枠組みとして、制約付き最適化による不良設定問題の解消が用いられてきた[4]。この枠組みでは、各領域に固有の知識を前提としてモデルに組み込む必要が生じる。例えば、ネッカーキューブの知覚では、「平面への射影で線分であるものは、3 次元空間でも線分である」などの「自然制約条件」を課すことで、不良設定問題を解く、といった試みが提案されている[2, 9]。

この制約条件に基づく不良設定性の解消では、問題領域ごとに固有の知識が要求され、その知識は部分的には、外界に関する「あるべき原像」の情報を含む。そのため、我々が「そもそもどのように外界を知り得るのか」といった、認識論や現象学における根源的な問いに対しては、それらのアプローチは無力である(我々はすでに外界を部分的には知っているから、知りえるという同語反復にしかならない)。

こうした既存の枠組みの限界に対し、本稿で示した、圏論に基づく枠組みは、データの領域固有ではない、「領域一般的な自然さ」を記述する方法を指し示している。つまり、そもそもデータがどういう形式で表現されるべきか、という根本にまでさかのぼって、恣意的なデータ形式を避けた議論を展開することができる。具体的に、本稿で述べた、数列を例にとれば、データの捉え方は、暗黙に仮定されていた点(自明なモノイド)としてだけではなく、より豊かな構造をもつモノイドとしての捉え方を考えることで、数列の持つ特殊な構造を記述することが可能になった。

こうした理論的なアプローチは、我々の主観的な世界の構造を論じてきた哲学の一分野であるフッサールの現象学[16]を、数理的な言語によって捉えなおす試み、すなわち「数理現象学」の萌芽とみなせるのではないだろうか。

謝辞

本研究は科研費 JP 20H04994 および JST さきがけ JPMJPR20C9 の補助を受けて行われた。

文献

[1] Goodman, N. (1983). Fact, fiction, and forecast. Harvard University Press.
[2] Hoffman, D. (2003). Visual intelligence: How we create what we see. New York: W. W. Norton & Company. (ホフマン, D. 原 淳子・望月 弘子 (訳) (2003). 視覚の文法：脳が物を見る法則　紀伊國屋書店)
[3] Kripke, S. A. (1982). Wittgenstein on rules and private language: An elementary exposition. Harvard University Press.
[4] Marr, D. (1982). Vision. W. H. Freeman & Co Ltd.
[5] Necker, L.A. (1832). LXI. Observations on some remarkable optical phænomena seen in Switzerland; and on an optical phænomenon which occurs on viewing a figure of a crystal or geometrical solid. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science,1, 329–337. doi: 10.1080/14786443208647909.
[6] Quine, W. V. O. (1960). Word and object. MIT press.
[7] Torii, T. & Hidaka, S. (accepted). Completion of the infeasible actions of others: Goal inference by dynamical invariant. *Neural Computation*.
[8] Wittgenstein, L. (1953). Philosophical investigations. John Wiley & Sons.
[9] 林部敬吉 (2001). 心理学における 3 次元視研究の動向: 2000. 静岡大学情報学研究, 6, 1-20.
[10] 日髙昇平 (2021). 認知科学の将来：喩える脳を対象とする第三種の科学として. 認知科学, 28(3).
[11] 日髙昇平 & 高橋康介 (2019). 未知領域を含むオブジェクト同定による窓問題知覚の説明. 日本認知科学会第 36 回大会論文集. (O2-1) p16-18.
[12] 日髙昇平 & 高橋康介 (2021). なぜネッカーキューブはあの立体にみえるのか. *認知科学*, 28(1), 25‑38.
[13] 今井 四郎・天野 要 (1998). 変換と写像の概念に基づくパターン認知論. *応用数理*, 8, 30‑45. doi: 10.11540/bjsiam.8.1_30
[14] 西郷甲矢人, 日髙昇平, 高橋康介 & 布山美慕 (2021). 認知科学者が圏論を始めるための参照情報：圏論にまつわるＱ&A, 圏論の認知科学における効用, 文献情報. *認知科学*, 28(1) 70-83.
[15] 高橋康介・日髙昇平　(2020) 過剰な意味づけへの理論的アプローチ：ホモ・クオリタスとしての人間理解へ向けて (OS03). 日本認知科学会第 37 会大会.
[16] 田口茂 (2014). 現象学という思考: 〈自明なもの〉の知へ, 筑摩書房.