

## 稀少性仮定下での非独立性検出としての 観察的因果帰納とその適応的意味

# Computational analysis of Observational Causal Induction as Non-Independence Detection under Rarity Assumption

樋口 滉規, 高橋 達二

Kohki Higuchi, Tatsuji Takahashi

東京電機大学

Tokyo Denki University

20udj01@ms.dendai.ac.jp

### 概要

$pARIs$  (proportion of Assumed to be Rare instances) is one of the observational causal induction models that has been shown to be highly compatible with human causal judgment. In previous studies, correlation detection was assumed as a computational goal of the observational causal induction model including  $pARIs$ , and the performance and rationality were analyzed within that framework. In this paper, we consider the computational goal of the observational causal induction model to be the detection of non-independence under the rarity hypothesis, and then show the performance of  $pARIs$  in terms of adaptive rationality through multiple simulations.

キーワード: causal induction, conditional event, biconditionals, jaccard index;

### 1. 序論

人類は長い間厳しい自然環境の中で適応・生存し、現在の繁栄を迎えている。その成功の要因の1つは、人間が因果関係を効率的に学習(=帰納的に構築)し、それを活用する能力を有していることである。原因と結果の因果関係を明らかにすることで、原因の観察による未来を予測や、更に原因の操作による未来の操作が可能になる。人間の因果推論はしばしば誤りを含むものの、データが少ない状況でも多くの場合で適切な因果関係を学習できるなど現状の人工知能と比べても優れた点がある。そのプロセスのモデリングは人間を理解するという科学的な価値だけではなく、有用なシステムのデザインに繋がる工学的な価値もありうる。

本研究では、人間の因果的判断と高い適合を示すことが明らかになっている観察的因果帰納モデル、“稀少と仮定される事例の比率”(  $pARIs$ : proportion of

Assumed to be Rare instances) の計算論的な目標について、従来は相関検出と見なされていたものを、稀少性仮定の下での非独立性の検出であると見なした上で、 $pARIs$  が非独立性の近似として振る舞うことを説明し、加えて複数のシミュレーションを通して適応的な合理性の観点から  $pARIs$  の性能の分析を行った。

なお、本研究はその理論的な枠組みを Hattori & Oaksford (2007) に踏襲しており、因果関係の帰納的推論タスクにおける最も単純な枠組みである単純因果帰納、ならびに彼らが提唱した因果推論の二段階仮説を採用し、稀少性や等確率性、ワーキングメモリ容量の制限を仮定した。また、 $pARIs$  は彼らが提案した“二要因ヒューリスティックモデル”(  $DFH$ : dual-factor heuristics) と多くの点で共通点を持つため、主に両者の比較に焦点を当てる形で分析を行った。

### 2. 単純因果帰納

まず、本研究における因果推定の基本的な枠組みについて説明する。現在注目している事象を結果事象  $E$ 、その原因であると考えられる事象を原因候補事象  $C$  と措く。ここで、事象  $C$  と  $E$  の間にある関係性の強さを推論することを考える。観察に基づく因果帰納では、 $C$  と  $E$  の関係性の強さはその共起情報、すなわち、 $C$  と  $E$  が互いに生じたか否かという4つの組み合わせ事象の頻度情報から推論できる。事象  $C$  と  $E$  の生起・不生起の場合を考え、各組み合わせの生起頻度を  $a, b, c, d$  とすると、 $C$  と  $E$  の共起情報は表1に示すような  $2 \times 2$  の分割表として表すことができる。このような分割表から事象間にある因果的な関係性の強さを推論する枠組みを単純因果帰納と呼ぶ。

また、この分割表から  $C$  と  $E$  の間の因果強度を導く尺度を観察的因果帰納モデルと呼ぶ。つまり、因果帰納モデルとは、4つの自然数  $a, b, c, d$  から因果強度

表 1 共起情報を示す 2 × 2 の分割表

	Effect(E)	No effect(¬E)
Cause(C)	<i>a</i>	<i>b</i>
No cause(¬C)	<i>c</i>	<i>d</i>

への関数であると見なすことができる。これまでに多くの因果帰納モデルが提案されてきた。その内、本稿で扱うモデルについて以下に概説する。

2 × 2 の分割表における事象間の共変動の尺度として最も広く用いられている規範的な統計的尺度が四分点相関係数であり、心理学の分野ではしばしば  $\phi$  係数と呼ばれる。これはピアソンの相関係数を単純因果帰納の枠組みへと適用したものである。

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{P(C, E)P(\neg C, \neg E) - P(C, \neg E)P(\neg C, E)}{\sqrt{P(C)P(\neg C)P(E)P(\neg E)}} \quad (1) \\ &= \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}} \quad (2)\end{aligned}$$

因果性の尺度として最も標準的と見なされているモデルが  $\Delta P$  である [2].

$$\Delta P = P(E | C) - P(E | \neg C) \quad (3)$$

$$= \frac{ad - bc}{(a+b)(c+d)} \quad (4)$$

このモデルは原因候補事象が不在から存在へ切り替わることによって結果事象の生起確率がどれだけ上昇するかということを意味している。また、第一項と第二項はそれぞれ心理学研究で広く用いられている実験法における実験群と統制群に対応しており、科学実験の基本的な考えをモデル化したものと考えることができる。しかし、モデルが持つ合理性の割に、このモデルは因果帰納実験における人間の反応にうまく適合しないことが知られている [1].

原因から結果への予測可能性と結果から原因への診断可能性の幾何平均として導出されるモデルが二要因ヒューリスティックモデル (*DFH*: dual-factor heuristics) である。通常人間が事象間に強い関係を感じるのは原因から結果への予測可能性  $P(E | C)$  と結果から原因への診断可能性  $P(C | E)$  が両方とも高い場合であると予測され、*DFH* はそのような場合に高い値を取る。

$$DFH = \sqrt{P(E | C)P(C | E)} \quad (5)$$

$$= \frac{a}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} \quad (6)$$

Hattori & Oaksford (2007) において行われたメタ分析により、多くのモデルと比較して、*DFH* は人間の因果的直感と最も高い相関を持つことが示された。このモデルは極端な稀少性仮定 [3] に基づき規範的指標である  $\phi$  の、 $N(\neg C, \neg E)$  すなわち 2 × 2 の分割表における *d*-セルを無限大に発散させた場合として導出される。

最後に、稀少と仮定される事例の比率 (*pARIs*: proportion of Assumed to be Rare instances) は *C* と *E* の生起が稀少であるという仮定のもとで、稀少な *C* または *E* の生起を所与として *C* と *E* が同時に生起する条件付き確率である [5].

$$pARIs = P(C \wedge E | C \vee E) \quad (7)$$

$$= \frac{a}{a+b+c} \quad (8)$$

これは *DFH* と同様に式中に *d*-セルを含まず、膨大かつ曖昧な *d*-セルからの影響を受けない。また、高橋らは、Hattori & Oaksford (2007) で行われたメタ分析に *pARIs* を追加した上で改めて分析を行い、*pARIs* は *DFH* よりも更に良く人間の因果帰納傾向を記述するを示した [6]. また、*pARIs* は変形すると以下のように表すことができる。

$$pARIs = P((E | C) \wedge (C | E)) \quad (9)$$

ここから、*pARIs* は *DFH* と同様に因果的な双条件文、すなわち「*C* ならば *E*、かつ、*E* ならば *C*」という条件文と密接に関係することがわかる。ただし、両モデルと双条件文との関係の違いとして、*DFH* は両条件の確率の幾何平均であるが、*pARIs* は直接双条件文の確率となっている。

### 3. 合理分析のための仮定

#### 3.1 稀少性仮定

2 × 2 の分割表に基づく人間の因果推論における *d*-セルの影響力は他のセルよりも小さいということが知られている [1]. *DFH* および *pARIs* はともに分割表における *d*-セルの値を膨大かつ曖昧なものとして無視するが、ここではその妥当性について稀少性仮定 [3] の観点から説明する。

*d*-セルが膨大であることは稀少性仮定 [3] に基づいて説明される。ここで、稀少性仮定とは事象の生起確率は通常小さいとする仮定である。具体例として「リングであれば赤い」という因果条件文を考える。現実

世界において、「リンゴであるもの」よりも「リンゴでないもの」が、また「赤いもの」よりも「赤くないもの」の方が圧倒的に多く存在することは明らかである。このことは「リンゴ」および「赤い」ことの生起確率が小さい(=稀少である)こと、並びに  $d$ -セルが膨大に存在することを意味している。

また、 $d$ -セルが曖昧であるということの説明として、ある照明器具について「スイッチを押す ( $C$ ) と明かりが点く ( $E$ )」という因果条件文を考える。このときスイッチを押して明かりが点いた回数 ( $N(C, E)$ )、また  $N(\neg C, E)$ ,  $N(C, \neg E)$  をカウントすることには何ら問題がなく、その回数は一意に定まる。一方でスイッチを押さず、明かりが点かなかった回数  $N(\neg C, \neg E)$  をカウントすることを考えると、そのようなカウントを実行することは容易では無いことがわかる。先の場合では、 $C$  あるいは  $E$  の何方かが生起した瞬間の両事象の組み合わせをカウントすればよかったが、いずれの事象の生起しない場合ではカウントのタイミングは恣意的なものとなる。ひとつの方法として、単位時間ごとに事象の生起不生起を観測しカウントするという方法が考えられるが、その単位時間の設定は恣意的であり、そのような状況で得られた回数はやはり曖昧である。

ここで、稀少性仮定に基づく極限操作  $d = N(\neg C, \neg E) \rightarrow \infty$  を各モデルに対して行ったとき、 $DFH$ ,  $pARIs$  はその影響を受けないが、一方で  $\Delta P$  はその第二項が 0 に発散し、より単純な  $P(E | C)$  になる。また、 $\phi$  は  $DFH$  に等しくなる。 $P(E | C)$  の実験データに対する適合が他モデルとの比較において劣っていることは Hattori & Oaksford (2007) のメタ分析によって示されており、このことは稀少性仮定のもとでの  $\Delta P$  の妥当性を大きく損なうものである。

### 3.2 等確率性仮定

人間は「 $C$  ならば  $E$ 」が成り立つときその逆「 $E$  ならば  $C$ 」も成り立っていると仮定する傾向にあることが明らかになっており、これを確率的に拡張したものを等確率性仮定と呼ぶ [1]。Hattori & Oaksford (2007) で行われたシミュレーションにおいて、この現実的な仮定は、合理分析のために、 $C$  と  $E$  の生起確率が殆ど等しいという母集団に対する制約として環境に組み込まれた。本研究における合理分析においても、彼らと同様にこれを仮定する。

### 3.3 ワーキングメモリ容量の制限

人間の因果推論について考える上で、ワーキングメモリ容量の制限を考慮する必要がある。人間の記憶力には限りがあるため、推論に際して、これまでに観測した全ての情報を用いることはできない。膨大に存在するという  $d$ -セルを考慮すると、それによって貴重な容量が圧迫されてしまうことが懸念される。Hattori & Oaksford (2007) で行われたシミュレーションについて、彼らは分割表をサンプリングする際に二つの手法を用いることでその問題への対処法を示した。一つ目は、従来通り、観測した事象の総数を  $N = a + b + c + d$  とみなすサンプリングを行う方法であり、これを  $N$ -サンプリングという。二つ目は、膨大にあり曖昧であると考えられる  $d$ -セルを無視し、観測した事象の総数を  $N_W = a + b + c$  とみなす  $N_W$ -サンプリングである。

### 4. モデルの定義可能性

コンピュータ・シミュレーションによる合理分析を複数のモデルに対して行うとき、モデルの定義可能性を考慮する必要がある。モデルが定義される(モデルが特定の値を取る)場合には、表 2 に示すような違いがある。表は  $a, b, c, d$  がそれぞれゼロか 1 以上 (0 or +) であるかを考慮したときに可能な 16 通りの組み合わせに対して、各モデルが定義できるか否か (D or -) を示している。

例えば、 $(a, b, c, d) = (0, 0, 1, 10)$  のとき、 $DFH$  は値を導出する際にゼロ除算が生じるために定義されないが、このとき  $pARIs$  は値に 0 をとるため定義される。このように、指標が定義される場合には包含関係が存在する。表 2 より、 $pARIs$  の定義可能性は他の全てのモデルを包含しており、他のモデルよりも多くの場合に定義されることがわかる。このような定義可能性の問題は小サンプルからの推論を行う上で特に重要であり、また稀少性を仮定する場合は更に重要となる。表 2 から分かるように、非ゼロのセルが多いほど多くのモデルが定義され、中でも  $N(C, E)$  の観測が重要であることが分かる。稀少性仮定が成り立つとき各事象の生起確率  $P(C)$ ,  $P(E)$  は小さく、これは  $P(\neg C, \neg E)$  以外の事象が生起する確率が小さいことを意味する。実際に  $P(C) = P(E) = .1$  のとき、 $P(a) = P(C, E)$  は  $[.01, .1]$  の範囲のいずれかの値を取り、 $P(b) = P(C) - P(C, E)$ ,  $P(c) = P(E) - P(C, E)$  は  $[0, .09]$  の範囲のいずれかの値を取るが、これは非常に低い確率であることがわかる。

現実世界における作動記憶容量の制限ならびに事象を観測することの困難さを考慮すると、モデルはより

表 2 モデルの定義可能性

Case	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$N(C, E)$	0	0	0	0	0	0	0	0	+	+	+	+	+	+	+	+
$N(C, \neg E)$	0	0	0	0	+	+	+	+	0	0	0	0	+	+	+	+
$N(\neg C, E)$	0	0	+	+	0	0	+	+	0	0	+	+	0	0	+	+
$N(\neg C, \neg E)$	0	+	0	+	0	+	0	+	0	+	0	+	0	+	0	+
$\phi$	-	-	-	-	-	-	D	D	-	D	-	D	-	D	D	D
$\Delta P$	-	-	-	-	-	D	D	D	-	D	D	D	-	D	D	D
$DFH$	-	-	-	-	-	-	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
$pARIs$	-	-	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D

小さいサンプルから定義される方が好ましい。また、あるモデルが定義可能性の観点で優れているということは、事象間の非独立性を推定する上でモデルがエージェントに対してより多くの情報をもたらすことを意味する。

## 5. 非独立性検出としての観察的因果帰納

### 5.1 観察的因果帰納モデルの計算論的目標

注目する結果事象に対応する原因を見つけ出すという理論的枠組みにおいて、Hattori & Oaksford (2007) は人間の因果推論のプロセスが2つの段階から成るという因果推論の二段階理論を提唱した。2つの段階とは、専ら生じた事象の観察によって無数の事象の中から結果事象の原因でありそうな事象を抽出するヒューリスティック段階と、第一段階で抽出された原因候補事象についてそれが真に原因事象であるかを介入（すなわち、事象の生起を操作すること）によって検証する介入段階である。現実世界における人間の因果的な推論には、記憶能力や処理能力の制限、また時空間的な制限などが課されているのにも関わらず、考慮しなければならない事象の数は無数に存在する。そのため、人間の因果推論の第一段階が因果関係がありそうな少数の候補事象を絞り込むことから始めるとするこの仮定は現実的な環境を考慮した上で妥当なものであるといえる。

ここで、ヒューリスティック段階における目標とは観察に基づいて結果事象の原因でありそうな事象を抽出することであり、これに対応する計算論的な目的として例えば共変動（相関）の検出がある。これは、ある2事象について因果関係があればそれらは相関しているということが殆どの場合に成り立つため、相関関係にあるものを抽出すれば基本的に因果関係がある事象を見逃すことはないだろうという論理に基づくものである。Hattori & Oaksford (2007) はヒューリスティック段階の計算論的目標を共変動の検出と見なし、因果

帰納モデル  $DFH$  がこれを行うとした。しかし、事象の絞り込みに適した計算論的な目標は相関検出だけに限らない。相関検出の場合と同様の論理に基づき、非独立性の検出も事象の絞り込みに適していると言える。

相関と非独立の関係性について考えると、2事象が相関しているならばそれらは非独立であるという関係が成り立つ。これは相関があることは非独立であることよりも限定的な概念であることを意味する。例えば、2つの事象について、因果関係があるのに相関が見られない場合には原因事象の見逃しが発生してしまう。非独立の場合も同様の場合には存在しうるが、非独立であることは相関関係であることよりも包括的であるためにより見逃しが発生しづらい。この意味で非独立性の検出に基づくフィルタリングの方がより堅牢性において優れていると考えられる。

本研究は、人間の因果推論の第一段階における計算論的な目標が非独立性の検出にあると仮定した上で、これを行う観察的因果帰納モデルの合理性について分析を行う。

### 5.2 稀少性仮定下での非独立性の尺度

因果推論の二段階理論によると、人間は因果推論の最初の段階において無数の原因候補事象と結果事象の中から最も関係がありそうな事象の対を抽出する。本研究では、この段階における事象の抽出が共変動検出ではなく稀少性仮定の下での非独立性の検出によって行われると仮定した上で、各モデルの振る舞いと合理性を分析する。

稀少性仮定の下での非独立性の尺度は以下の手順にしたがって定義される [4]。まず、原因候補事象  $C$  と結果事象  $E$  が統計的に独立しているとき、次の等式が成り立つ。

$$P(C, E) = P(C)P(E) = P(C | E)P(E | C) \quad (10)$$

これを頻度で表すと,

$$\frac{N(C, E)}{N(\Omega)} = \frac{N(C) N(E)}{N(\Omega) N(\Omega)} = \frac{N(C, E) N(C, E)}{N(E) N(C)} \quad (11)$$

となる. ここで,  $N(\Omega) = a+b+c+d$  である. 上の式に極稀少性仮定に基づいた極限操作 ( $d = N(-C, -E) \rightarrow \infty$ ) を行うと,  $N(\Omega)$  に含まれる  $d = N(-C, -E)$  が無限大に発散するために第一項と第二項が 0 に収束するが, 第三項は内部に  $N(\Omega)$  あるいは  $N(-C, -E)$  を含まないため, 極限操作による影響を受けない. 式 (10) から, その第三項は稀少性仮定のもとで両事象が独立している場合に 0 の値を取ることがわかる. また,  $P(C | E)P(E | C) = 1$  となるとき  $P(C | E) = P(E | C) = 1$  であるが, このとき C と E は等価, つまり C と E は最も非独立の関係にあることを意味する. したがって,  $P(C | E)P(E | C)$  は統計的な独立性の定義から導かれる極稀少性仮定下での非独立性の尺度であり, 本論文において以降はこれを便宜上 *DR* (dependence under rarity) と呼ぶ.

$$DR = P(C | E)P(E | C) \quad (12)$$

$$= \frac{a}{a+c} \cdot \frac{a}{a+b} \quad (13)$$

ここで式 (5) および式 (12) より, DFH は *DR* の平方根と等価である. また, 式 (9) も合わせて考えると, *DR*, *DFH*, *pARIs* はいずれも 2 つの条件文「C ならば E」と「E ならば C」がともに成り立つときに高い値を取るといことが分かる. これらの違いは, *DR* は 2 つの条件文の確率表現の積, *DFH* はその幾何平均, *pARIs* は 2 つの条件文が同時に成り立つ確率として表現されることである.

## 6. シミュレーション

### 6.1 シミュレーション 1: モデルの定義可能性

このシミュレーションでは, 母集団の非独立性尺度  $DR_0$  を変動させた上で, 分割表における事象の数が 1 つずつ増加してゆく連続的なサンプリングにおいて, 各モデルが定義される割合がどのように遷移するかを示した.

#### 6.1.1 方法

まずはサンプルを生成するための母集団を設定した. 母集団の非独立性の尺度  $DR_0$  を  $[0, 1.0]$  の範囲で .1 刻みで変動させ, 事象の生起確率について

は稀少性仮定を反映させ  $P(C) = P(E) = .2$  とした. これにより, 分割表のセルの多項分布がそれぞれ  $P(a) = P(C, E)$ ,  $P(b) = P(C) - P(C, E)$ ,  $P(c) = P(E) - P(C, E)$ ,  $P(d) = 1 - P(C) - P(E) + P(C, E)$  と決定された. 次に, 各  $DR_0$  に対して, 設定した多項分布について  $N(or N_W) = 15$  に達するまで試行を繰り返し, 一連の頻度情報を 1 つの分割表にまとめた. これを繰り返し, 1000 個の分割表を生成した. 生成した各分割表に対して,  $N$  または  $N_W$  が 15 に達するまでの間, 各モデルが定義できるかどうかを判定し, 最後にその割合を求めた. また, 安定した見積もりを得るために上記の手続きを 100 回繰り返し, 平均を求めた.

#### 6.1.2 結果と考察

シミュレーションの結果を図 1 に示した.

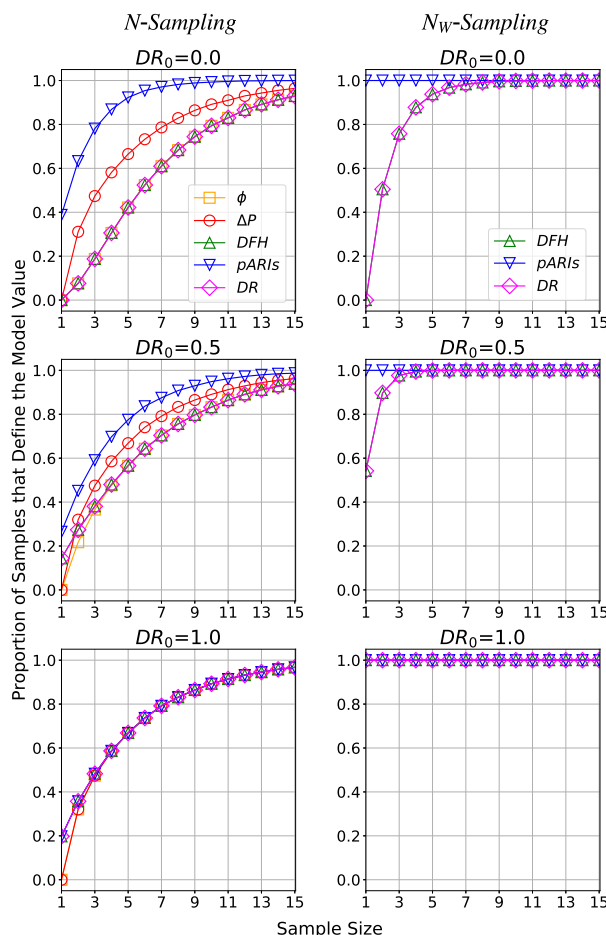


図 1 モデルが定義される割合の推移

図 1 から, 全ての  $DR_0$  について, *pARIs* はその他のモデルと比べての定義される割合が大きいことが分かる. 定義される割合の大小関係は,  $pARIs > DP >$

$DFH = DR \equiv \phi$  のようになっており、これは表 2 に示した包含関係と概ね一致している。なお、 $DR$  は  $DFH$  の 2 乗であるため、これらが定義される場合は等しい。 $DR_0$  の割合に対する影響として、定義される割合の差は  $DR_0$  が小さいほど大きくなる傾向にある。

シミュレーションの結果から、 $pARIs$  は稀少性仮定の下で他のモデルと比較して、より広範な場合に母集団の非独立性を推定可能であり、その差は  $DR_0$  が小さいほど大きくなる事が示された。

## 6.2 シミュレーション 2: モデルとサンプル $DR$ または母集団 $DR$ との適合

各モデルが稀少性仮定のもとでの非独立性の尺度  $DR$  とどの程度同様に振る舞うかを示した。また、各モデルが母集団パラメータ  $DR_0$  をどの程度良く推定するかをシミュレーションにより求めた。

### 6.2.1 方法

分割表を生成するために 3 つの母集団パラメータである  $P(C) = P(E)$ ,  $P(C, E)$  を設定した。 $P(C) = P(E)$  は稀少性仮定の下での効果を確認するために、 $[0, 1.0]$  の範囲で .1 刻みで変動させた。 $P(C, E)$  は一様分布  $Unif(P(C)P(E), \min(P(C), P(E)))$  から求めた。これにより、各分割表のセルの分布が決定された。この確率分布に基づいて各分割表の母集団の非独立性の尺度  $DR_0$  を計算した。なお、ワーキングメモリ容量の制限がもたらす影響を確認するために、分割表に含まれる事象の数は以下のように決定された。 $N(or N_W) \sim Norm(\mu, (\mu/7)^2), \mu = (7, 14, 56)$ 。上記のように設定された母集団パラメータ ( $P(C)$ ,  $P(E)$ ,  $N(or N_W)$ ) の各組み合わせに対して 500 個の分割表を生成した。ここで、用いる分割表の集合を比較するモデル間で統一するために、生成される分割表には比較するモデル全てが定義されるという条件を課し、条件を満たさないものは破棄した。また、 $P(C, E)$  と  $N$  (または  $N_W$ ) は各分割表に対して独立にサンプリングした。生成された分割表について各モデルの値を求め、それぞれの値について  $DR$  または  $DR_0$  との決定係数  $r^2$  を計算した。安定した見積もりを得るためこの過程を 100 回繰り返して、平均を取った。

### 6.2.2 結果と考察

シミュレーションの結果について、各モデルと  $DR$  との適合を図 2 に、 $DR_0$  との適合を図 3 に示した。各図について、左側が  $N$ -サンプリング、右側が  $N_W$ -サンプリングに対する結果である。 $N_W$ -サンプリングについては、 $d$ -セルを無視する  $pARIs$  と  $DFH$ ,  $DR$  のみ結果に含めた。

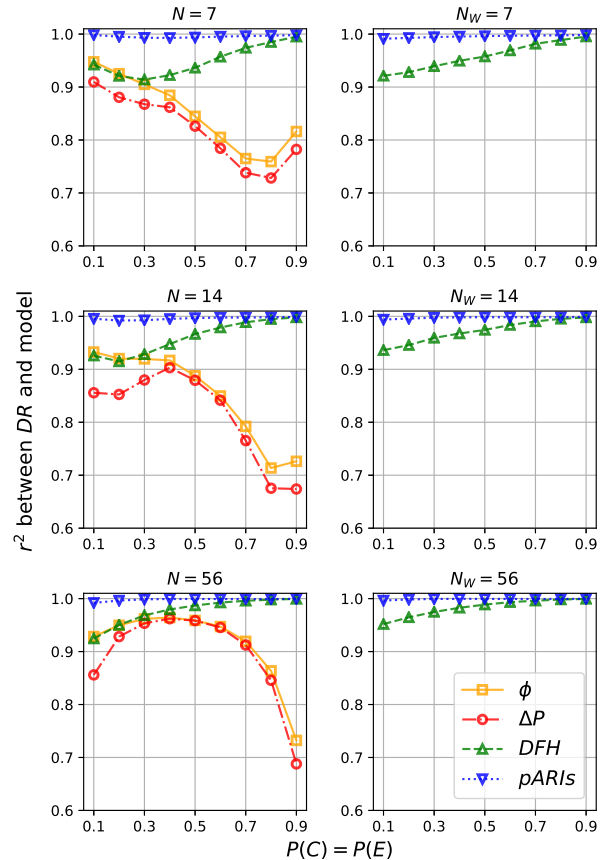


図 2  $DR$  とモデル値の決定係数

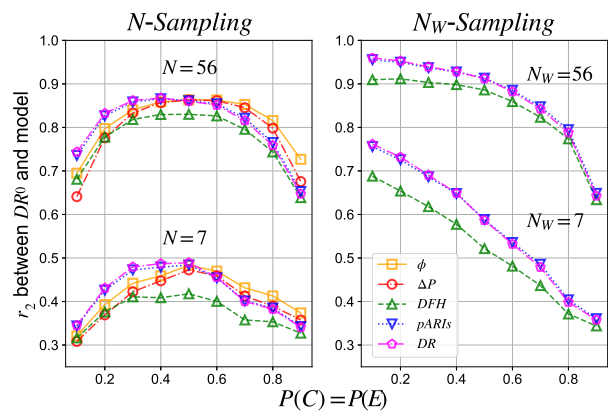


図 3  $DR_0$  とモデル値の決定係数

図2から、生成された分割表に対して  $pARIs$  は  $DR$  と極めて高い適合を示し、同じように振る舞うことが分かった。

また、図3から、特に  $P(C) = P(E)$  の値が小さい(稀少性仮定が成り立つ)とき、設定した全てのサンプルサイズにおいて  $pARIs$  モデルが  $DR$  と同程度に、またその他のモデルと比べてよく  $DR_0$  を推定することが示された。 $DR_0$  との適合について、稀少性仮定下での傾向として、 $DR \equiv pARIs > \phi > DFH \equiv \Delta P$  のような関係にあることが分かる。

### 6.3 シミュレーション 3: モデルの平均と標準偏差の推移

このシミュレーションでは、母集団の非独立性尺度  $DR_0$  を変動させた上で、分割表における事象の数が1つずつ増加してゆく連続的なサンプリングにおいて、各モデルによる推定値の平均値と標準偏差がどのように推移するかを示した。

#### 6.3.1 方法

母集団パラメータの設定について、非独立性の尺度  $DR(DR_0)$  を .2, .5, .8 の三段階で変動させ、稀少性仮定に基づき  $P(C) = P(E) = .2$  とした。シミュレーション1と同様に、設定した母集団パラメータに基づき定まった多項分布について試行を繰り返し、各  $DR_0$  について 5000 個の分割表を作成した。この際、各モデル値の収束を見るため、 $N$  または  $N_W$  が 30 に達するまで試行を行った。試行の度に分割表からモデルの値を算出し、最後にその平均と標準偏差を求めた。また、安定した見積もりを得るために上記の操作を 200 回繰り返し、それぞれの平均を求めた。

#### 6.3.2 結果と考察

シミュレーションの結果を図4に示した。左の2列が  $N$ -サンプリング、右が  $N_W$ -サンプリングの結果である。また、それらのうち左がモデル値の平均の推移、右が標準偏差の推移である。

平均値の推移に着目すると、 $\Delta P$  と  $pARIs$  は最初から安定した値を取るのに対し、 $\phi$  と  $DFH$ 、 $DR$  は最初に高めの値を取り、次第に収束してゆくことが分かる。 $DFH$  や  $DR$  のこのような挙動は、サンプルサイズが1つのみの場合、 $DFH$  や  $DR$  は  $(a, b, c, d) = (1, 0, 0, 0)$  のときのみ定義され、その値は1であるこ

とから説明できる。また、 $DR$  に次いで  $pARIs$  の収束先が  $DR_0$  に最も近く、より母集団に忠実な値を取る傾向にあることが示された。

続いて標準偏差の推移に着目すると、モデル間の相対的な比較として、まず  $DFH$  の標準偏差が安定して小さいということが分かる。ただし、特に初期段階の小ささについては、必ずしもモデルの優位性を示すものではないことに留意したい。先程言及したように、 $DFH$  は平均値の推移においてサンプルサイズが1つの場合に必ず1を値を取るために、標準偏差の推移は必ず0から始まるからである。また、 $\Delta P$  と  $\phi$  は中間的で、 $pARIs$  と  $DR$  は  $DR_0$  に比例することが読み取れる。

上記の比較はあくまでもモデル間の標準偏差の相対的な比較であり、絶対的な観点から分析を行うと、 $pARIs$  の標準偏差は  $DR_0$  に比例して増加している訳ではなく、むしろ全ての  $DR_0$  に対して一定の推移を見せていることが分かる。これは、その他のモデルの標準偏差が  $DR_0$  に反比例して減少しているということの意味する。この性質が何に帰属するものかを考察すると、それは各モデルが取る値の偏りの度合であると考えられる。平均値の推移に着目すると、全てのモデルが実際の  $DR_0$  よりも上に偏った値に収束することが分かる。 $DFH$  は最もその傾向が高く、 $pARIs$  は  $DR$  に次いで最も  $DR_0$  に忠実である。各モデルの値域の上限が1であることを考慮すると、特に  $DR_0$  が高いときに、より上に偏ったモデルほど標準偏差が小さくなることが予想される。実際にモデル値の偏りと標準偏差の順序関係を見比べると、そのような対応関係が存在していることが読み取れる。

### 6.4 シミュレーション 4: 非独立性判断の精度

因果帰納の二段階理論における因果帰納モデルの役割は第一段階にあり、それは無数に存在する原因候補事象と結果事象の中から最も関係がありそうな組み合わせを抽出することである。そして、ここで抽出された原因候補に対してのみ、第二段階において介入の操作が行われ、それが真の原因であるかどうかを検証される。すなわち、因果推論の二段階理論における各モデルの役割は原因候補事象と結果事象の間に関係性があるか否かの二値分類(構造の推定)であるとみなすことができる。このシミュレーションでは  $DR_0$  とモデルの両方に閾値を設定し、母集団とモデルの判断の一致率を求める。例えば、 $DR_0$  の閾値が .5 だとする

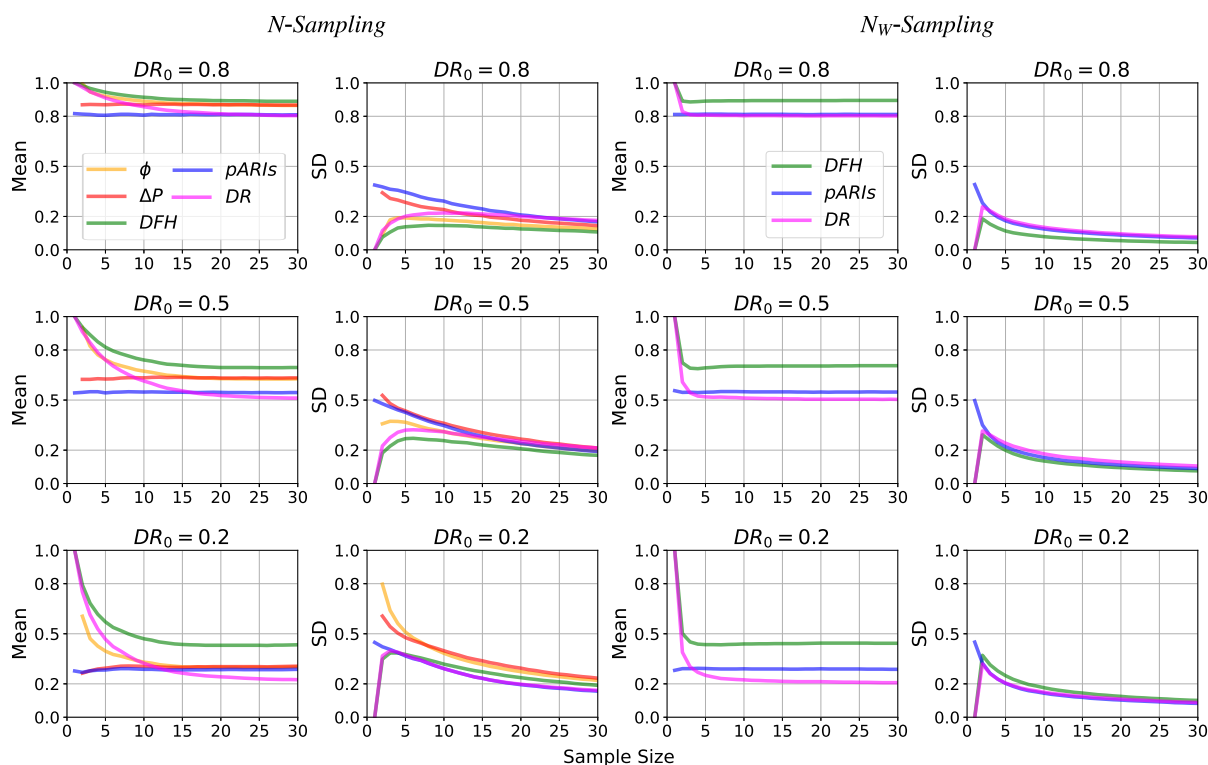


図4 モデル値の平均と標準偏差の推移

と、実際の  $DR_0$  がこれよりも大きいとき  $C, E$  の間に関係があり、そうでなければ  $C, E$  は無関係となる。同様に、モデルの閾値が .5 だとすると、モデルの値がそれよりも大きい時にモデルは  $C, E$  の間に関係があると判断し、そうでないときに  $C, E$  は無関係だと判断することになる。

6.4.1 方法

母集団パラメータの設定として、稀少性仮定に基づいて  $P(C) = P(E) = .2$  とし、 $DR_0$  を  $[.0, 1.0]$  の範囲で .1 刻みで変動させた。シミュレーション 1 と同様に、設定した各  $DR_0$  に対して、 $N(or N_W) = 7, 56$  となる分割表をそれぞれ 500 個生成した。続いて、 $DR_0$  の閾値とモデルの閾値を  $[.0, 1.0]$  の範囲で .1 刻みで設定し、生成した全ての分割表に対してモデルの値を算出した。モデル値とモデルの閾値、 $DR_0$  と  $DR_0$  の閾値に基づいて母集団の設定とモデルの判断が一致するかを確認した。なお、モデルが定義されない場合は関係の有無を無作為に判断させた。最後に、 $DR_0$  の各閾値に対して最も判断の一致率が高くなるモデル値の閾値と、そのときの一致率を求めた。また、一致率について、安定した見積もりを得るためこの過程を 20 回繰り返し、平均を取った。

6.4.2 結果と考察

シミュレーションの結果を図 5 に示した。

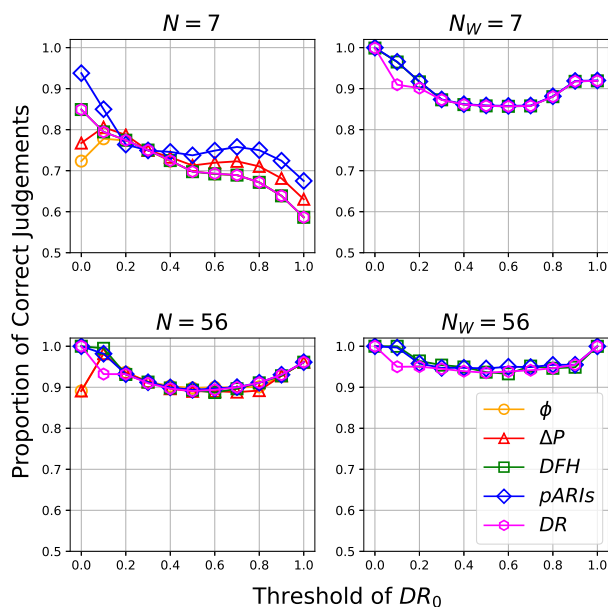


図5 非独立性判断の精度

結果から、 $N = 7$  のとき、 $pARIs$  が他のモデルよりも高い精度を示し、サンプルの内容が充実するにつれモデル間の差は小さくなることが読み取れる。一方



で  $N_W = 7$  の場合には  $pARIs$  と  $DFH$  の差は殆ど見られないことから、 $pARIs$  は特にサンプルサイズが7よりも小さいような場合に  $DFH$  や他のモデルよりも高い一致率を示すことが分かる。

## 7. 総合議論

本論文において、4つのシミュレーションを行うことで、稀少性の下での非独立性の近似として各モデルの合理分析を行った。この章では、示された結果について総合的な議論を行う。

### 7.1 $pARIs$ による $DR$ の近似性能

シミュレーション1の結果は、特に  $DR_0$  とサンプルサイズが小さいときに、 $pARIs$  が  $DR$  を含む他のモデルよりも定義可能性の観点で優れていることを示している。定義可能性において優れているということはスモールサンプルからの推論により対処可能であることを意味する。現実において十分な大きさのサンプルが得られるとは限らず、事象の生起を待つのに十分な時間的猶予が存在するとも限らないため、定義可能性において優れているということは、より現実の環境に適している。

シミュレーション2の結果より、まず、 $pARIs$  が  $DR$  と極めて高い適合を有することが明らかになった。続いて、サンプル  $DR$  よりも更に重要な母集団パラメータ  $DR_0$  との適合においても、 $pARIs$  は  $DR$  と同程度の適合を示すことが明らかになった。この結果は、 $pARIs$  が、 $DR$  よりも定義可能性が高く、計算コストが小さく、更に  $DR$  の近似として十分に振る舞うことを示唆する。また、これらの結果は、シミュレーションに用いた分割表を全てのモデルが定義されるものに制限するという、 $pARIs$  の定義可能性に関する利点が考慮されない条件下で得られたものであることに注意したい。

シミュレーション3の結果は、標準偏差の推移では特に初期段階において  $pARIs$  が  $DR$  よりも劣るものの、平均値の推移において  $pARIs$  が  $DR$  よりも早く収束することを示した。また、 $N_W$ -サンプリングの結果に注目した場合には、初期段階を除いて平均値、標準偏差ともに  $DR$  と  $pARIs$  の間に殆ど差は見られない。また、シミュレーション4の結果は、 $N_W$  が7未満であるような極めて初期の段階において、 $pARIs$  が  $DR$  をはじめとするその他のモデルよりも母集団の設定との高い一致率を示すことを明らかにした。

これらの結果から、 $pARIs$  は、より定義可能性が高く計算コストが小さい  $DR$  近似として振る舞うことが明らかになった。人間の因果的直感と高い適合を示す  $pARIs$  が稀少性仮定下での非独立性の尺度の優れた近似として振る舞う事実は、人間の因果的直感が事象間の相関検出というよりは、非独立性検出に基づいている可能性を示唆する。

### 7.2 モデル値のデフォルト

シミュレーション1ではモデルの定義可能性についての分析を行い、 $pARIs$  がより多くの場合に定義されることを示した。シミュレーション1,2では、分析に用いるサンプルを統一するために、定義されないモデルが存在するような分割表がサンプリングされた場合にはそれを除外して再サンプリングを行っているが、モデル間の比較という観点においてこれは公正ではない。例えば  $pARIs$  は定義されているのにも関わらず、 $\phi$  が定義されないという理由である分割表が棄却されるということが起こりうるが、これは定義可能性の小さいモデルにとって有利な条件である。

これを解決する方法の1つは、モデルが定義されない場合のデフォルトの値を考慮することである。例えばモデルのデフォルト値を1とするならば、モデルが定義されない場合にそれが非独立であると推定することになり、0とするならば独立であると推定することになる。どちらのデフォルト値が妥当であるかという判断は、原因候補の抽出が行われる方法によって異なる。例えばデフォルト値が1であるということは予め全ての事象対に関係性を認め、その後の観察によって関係性がないと判断されたものから除外していくという方法を想定しており、これは  $DR_0$  が小さいときに優れた性能を示すモデルは無関係な事象の除外に適している。一方、デフォルト値が0であるということは、その逆で、予めすべての事象は無関係であると考え、その後の観察によって関係性があると判断された2事象を抽出していく方法を想定しており、これは  $DR_0$  が大きいときに優れた性能を示すモデルは無関係な事象の除外に適している。 $DR_0$  が小さいときに定義可能性の観点で優れており(図1)、モデル値の標準偏差が小さくなる(図4)という  $pARIs$  の特性を考慮すると、 $pARIs$  は特に前者の方法に適していると考えられる。

前者はいわば判断の保留であり、実際は関係があるのに無関係だと判断される第一種過誤(False positive)を最小化することが期待される。後者はその逆で、実

際は関係がないのに関係があると判断される第二種過誤 (False negative) を最小化することが期待される。計算コストという観点においては後者の方が優れているものの、真の原因の検出という目的をより確実に達成するためには、より見逃しの少ない前者の方が優れていると考えられる。

### 7.3 ベイジアンネットワークへの応用

人間が行動する環境の因果的構造は、無数の変数を持つ複雑な因果ネットワークであると想定されるが、本研究で用いた単純因果帰納の枠組みは、心理学的な研究のしやすさのために極度に単純化されている。人間が因果関係の知識を獲得してそれを活用して扱う実際のタスクにおいては、リソースの制約や即応性の要求など、より現実的な合理性が求められる。

複数の事象の間の因果的な関係の強さと構造をグラフ構造と条件付き確率表を用いて表現したベイジアンネットワークという確率推論モデルが存在する。そのグラフの構造学習の1つに厳密解探索手法と呼ばれる手法が存在するが、この手法による構造学習はNP困難であり、ノード数の増加に伴い計算コストが膨大になる問題がある。そこで、より実用的な手法として条件付き独立検定を用いた構造学習が用いられる。

この手法の最も代表的なPCアルゴリズムは、まず完全グラフを仮定し、その後無関係な辺を除外していく。これは前節で言及したデフォルト値を1とすることに相当していると考えられる。完全グラフを仮定した後、PCアルゴリズムは、条件付き独立性検定のフェーズにおいて無向グラフを作成したのち、オリエンテーションフェーズにおいて辺の方向を決定づける。各フェーズは二段階理論におけるヒューリスティック段階と介入段階と意味するところが似ているようであり、正確な対応関係については更なる考察が必要である。

ここで、シミュレーション4で行われたモデルの二値判断 (すなわち、2事象が独立しているか否か) が、ベイジアンネットワークの構造学習におけるノードの有無 (2事象が条件付き独立か否か) の判断に対応していると考えられる。実際に、シミュレーション4の結果は、独立か否かの二値判断において、特にサンプルが小さいときに  $pARIs$  が他のモデルよりも優れた振る舞いを見せることを示している。PCアルゴリズムにおける条件付き独立性の検定の代わりに、人間の因果的直感と高い適合を示し、稀少性仮定の下での非独立性の尺度の優れた近似でもある  $pARIs$  を用いること

で、より儉約的かつ人間的な構造学習が実現できる可能性がある。

## 8. 結論

本研究では、人間の因果帰納の二段階理論における第一段階の計算論的な目標として、従来は相関検出と見なされていたものを稀少性仮定の下での非独立性の検出であると見なした上で、観察的因果帰納モデル  $pARIs$  について適応的合理性の観点から分析を行った。結果から、 $pARIs$  が従来のモデルよりも多様なサンプルに対して、稀少性仮定の下での非独立性の優れた近似として振る舞うことを示した。人間の因果的判断と高い適合を示すことが明らかになっている  $pARIs$  がこのように振る舞う事実は、人間の因果推論の最初のプロセスが共変動の検出よりも非独立性の検出に基づいている可能性を示唆する。

## 文献

- [1] Masasi Hattori and Mike Oaksford. Adaptive non-interventional heuristics for covariation detection in causal induction: Model comparison and rational analysis. *Cognitive Science*, Vol. 31, No. 5, pp. 765–814, 2007.
- [2] H. M. Jenkins and W. C. Ward. Judgment of contingency between responses and outcomes. *Psychological Monographs: General and Applied*, Vol. 79, No. 1, pp. 1–17, 1965.
- [3] Mike Oaksford and Nick Chater. A Rational Analysis of the Selection Task as Optimal Data Selection. *Psychological Review*, Vol. 101, No. 4, pp. 608–631, 1994.
- [4] T. Takahashi, K. Oyo, A. Tamatsukuri, and K. Higuchi. Correlation detection with and without the theories of conditionals. In *Logic and Uncertainty in the Human Mind*, pp. 207–226, 2020.
- [5] Tatsuji Takahashi, Yu Kohno, and Kuratomo Oyo. Causal induction heuristics as proportion of assumed-to-be rare Instances ( $pARIs$ ). *Proceedings of the 7th International Conference on Cognitive Science (ICCS2010)*, pp. 361–362, 2010.
- [6] Tatsuji Takahashi, Junki Yokokawa, and Kuratomo Oyo. 少数サンプルからの帰納推論と双条件付確率. *The 28th Annual Conference of the Japanese Society for Artificial Intelligence*, pp. 2–5, 2014.