「同じさ」の措定：圏論的観点から
Postulating Samenesses: A Category-theoretic Viewpoint

西郷　甲矢人 †
Hayato Saigo
† 長浜バイオ大学
Nagahama Institute of Bio-Science and Technology
h_saigoh@nagahama-i-bio.ac.jp

Abstract
This article presents a new category-theoretic viewpoint for postulating samenesses between different things. The fundamental hypothesis is that any kind of postulation of sameness is nothing but generation of natural transformations. Based on this hypothesis we propose a new general theory of analogy.
Keywords — Sameness, natural transformation, analogy

1. 序

あらゆる法則的認識の根底には、自明に異なる現象たちのあいだに何らかの「同じさ」を措定するというプロセスが欠かせない。この「同じさ」の措定に応じて、世界に法則が立ち現れるといってよい。

筆者自身はこのことを、量子論における「状態」概念の基礎づけ（小嶋泉氏・岡村和弥氏との共同研究に基づく）を通じて明確に認識した。しかし、この「同じさ」を措定するプロセスの構造を見極めることは、物理学にとどまらずあらゆる学問にとって、なかでも認識の根底をさぐろうとするあらゆる試みにとっても重要であろう。

本論文においては、この「同じさ」を措定することの構造を、現代数学において広く浸透し、かつその諸科学への応用が広がり続けている「圏論」の基礎概念を手がかりに探求する。ここでいう圏論の基礎概念とは、「圏」、「関手」、「自然変換」そして「関手圏」である。

圏とは、大まかにいえば、「対象」たちを連絡する合成可能な矢印＝「射」たちのなすネットワークである。対象は何らかの「現われ」を、射はそれらの現われのあいだの変換や過程などをあらわすと考えればよい。ひとつ圏が措定されるごとに、その圏における「可逆」な射で連絡しあう対象に対する同じさ（「同型」とよばれる）が定まる。自明に異なる現象のあいだに同じさを措定することの基本構造が、ここに照らし出される。

重要なことは、この圏の措定の仕方は一般に一意的でもなければ、最良のものが経験に先だって与えられるものでもない、ということである。むしろ、その多義性、またその共存、さらには圏どうしのあいだの連絡においてこそ、法則的認識が生き生きと働いているのである。

「同じ」対象ですら、別な圏の対象としてはまったく別の役割を果たしうる。また、二つの圏に属する「まったく同じでない」対象のあいだにも、圏と圏のあいだの連絡を通じて同じさが措定されうる。この「圏と圏のあいだの連絡」が、「関手」である。関手は非常に普遍的な概念であって、認識・表現・構成・モデル化・理論化などの言葉で言い表されるプロセスは、すべて関手の生成だと言えるほどである。関手を通じて、いわばひとつの圏が他の圏に映り込み、より一般的なかたちで、自明に異なる現象のあいだに同じさを措定することができるようになる。

ここでふたたび注意すべきことは、一般にこの関手の措定の仕方が一意的でもなければ、最良のものが経験に先だって与えられるのでもなく、多義性、共存が重要であり、それらを結びつけ、あるいは変化させるプロセスを関手のあいだの連絡＝「自然変換」としてとらえられるということである。こうして、関手を対象とし、自然変換を射とする圏＝「関手圏」の概念に至る。

この関手圏の射である自然変換を通じて、関手圏における同型が定まり、自明に異なる関手のあいだの同じさを措定することができるようになる。しかもこの自然変換の概念を通じ、これまで多様な局面やレベルに現れていた「同じさの措定」のあいだの同じさが、数学的に定式化できるようになったのである。

この自然変換の概念は、圏論の誕生以前には、明示的に定義することすらできなかった。それも、難解で

あるがゆえではなく、自明のうえにも自明であるがゆえにかえって見過ごされ、放置されていたのである。圏論的視座によって、いわばわれわれの向こう側ではなくむしろ手前にある暗がりが照らし出されるのである。

本論文の主題は、この圏論的視座の射程、とくに自然変換の概念の射程が、狭い意味の数学の枠組みにとどまらず、あらゆる「同じさ」の措定の諸相の多義性、共存における連絡を通じた、「同じさ」の措定のあいだの「同じさ」の措定、すなわち「同じさの措定」の一般構造を解明する手がかりであると提起することにある（全体として田口茂氏との進行中の共同研究に基づく）。また、この主題の具体的な展開として、「同じさ」の措定（発見／発明）である「比喩」の一般理論の枠組みを提示する（布山美慕氏・岡隆之介との進行中の共同研究に基づく）。

なお、本論文は、哲学や認知科学、意識研究の根本問題を圏論の枠組みに回収できると主張するものでもなければ、これらの分野における圏論の手軽な応用を提供しようとするものでもない。筆者が圏論的視座を提示する目的は、整理やエレガンスの追求ではなく、自明のうえにも自明であるがゆえに見逃されている、われわれの向こうではなくむしろ手前にある暗がりを照らし出すところにある。またすでに述べたように、以下の内容は様々な共同研究に基づくが、一貫した視座から明示するのは本論文が初めてであり、筆者個人がすべての責任を負う。

2. 「同じさ」の措定という問題

あらゆる法則的認識の根底には、自明に異なる現象たちのあいだに何らかの「同じさ」を措定するというプロセスが欠かせない。この「同じさ」の措定に応じて、世界に法則が立ち現れるといってよい。筆者自身はこのことを、量子論における「状態」概念の基礎づけ（小嶋泉氏・岡村和弥氏との共同研究に基づく）を通じて明確に認識した。

自明の上にも自明のことであるが、いかなる現象も、二度と繰り返すことはなく、また他の一切の現象とも同一ではない。そこに「法則」を見出そうとするのであれば、それら「自明に異なる」現象のあいだに何らかの「同じさ」を措定しなければならない。もしそうでなければ、「再現可能性」を論じることができないからである。

では、いかなる「同じさ」をおけばよいのか。古典物理学の理想においては、それは、その時点でのすべての物理量の「値」のリストが同じとき、同じとすればよいだろう、ということになる。完全に同じというわけには実際にはいかないものの、近似的に同じであることをもって「同じ」とすればよいはずであり、その近似はいくらでも高められると考えられた。コップの中の水のように、微視的に見れば膨大な物理量に着目せざるをえないだろうシステムであっても、巨視的に問題になる物理量たちに関しては、まったく問題なくこの考えを適用できると考えられた。

ところが、量子論の発見したことは、自然界にはそのような仕方では「同じさ」をとらえられない現象が山ほどあるということであった。すなわち、すべての（われわれにとって問題となる）物理量が「値」をもっている、と考えることのできない、根源的な不定性が存在するということである。これはわれわれが単に無能・無知であるということではなく、物理量があらかじめ古典的な意味での「値」をとるというのではなく、（環境との相互作用を通じて）値が「生じる」のであり、その生じ方は決定論的ではない、ということである[1]。

だからといって法則的認識が無効になるかといえばそうではなく、その系とそれを取り巻く環境の「関係」の在り方を通じて「同じさ」を措定することが可能である（たとえばある実験のプロトコルの「同じさ」を通じて）。この「同じさ」が措定されることで、確定した値をあらかじめ持たず、その値の取り方も決定論的ではない物理量に関しても期待値を確定することができるようになる。この、物理量に期待値を対応させる関数のことを「状態」と呼んでいる。この状態概念の自立こそが、量子論の偉大な革命の本質なのである。要するに、量子論を通じて得られた根本的な洞察は、

> 系と環境の関係の在り方のあいだの「同じさ」を措定するごとに、状態が定まる

ということなのである。この「同じさ」が変化すれば、状態が変化する。「同じさ」の基準を変えれば、「同じ系」に対して異なる状態が定まってもまったく問題はないのである。むしろ、いかにして適切な「同じさ」を措定するか、という、一般には唯一の正解をもたない問いが重要になってくるということなのである。

さて、ここまでは物理学（とくに量子論）の基礎問題の話であったが、この種の「同じさ」を措定するプロセスの構造を見極めることは、物理学にとどまらずあらゆる学問にとって重要である。たとえば、上記の「同じさ」の措定の問題は、実は量子論に限った話ではなく、統計学の根本問題でもある。わたしの「平均

[1] 正確には、「（よほど無理をしないかぎり）決定論的なモデルでは合理的な記述が不可能である（それどころか古典確率論ですら記述できない）現象が存在する」ということが示されている。

寿命」とは何か。わたしを「どのような集団の一員」とみなすかにより、結論は変わるだろう。通常この問題は「無知」に帰されることが多いが、そういう「逃げ」ができない点で、量子論が特に衝撃的であったということに過ぎない。

一般に、法則的認識の背後にはつねに、この「同じさ」の措定の問題が存在している。もちろん認知科学をはじめ、認識の根底をさぐろうとするあらゆる試みにとっても当然この問題は重要であろう。本論文においては、この「同じさ」を措定することの構造を、現代数学において広く浸透し、かつその諸科学への応用が広がり続けている「圏論」の基礎概念を手がかりに探求していく。次節では、その準備として、圏論の基礎概念を導入する。

3. 圏論の基礎概念

ここでいう圏論の基礎概念とは、「圏」、「関手」、「自然変換」そして「関手圏」である（より詳しいことについては、[2] などを参照のこと。本節の記述は、[3] に基づく）。

圏とは、大まかにいえば、「対象」たちを連絡する合成可能な矢印＝「射」たちのなすネットワークである。対象は何らかの「現われ」を、射はそれらの現われのあいだの変換や過程などをあらわすと考えればよい。

形式的には、**圏**とは、**対象**たちと、**射**たちからなるシステムであって、以下の条件をみたすもの、となる。その条件とは、との間の関係については、まず各射 f には、二つの対象 $\mathrm{dom}(f)$ と $\mathrm{cod}(f)$ とが対応付けられていて、それぞれ**域**、**余域**と呼ばれる。これらは同じものであっても良い。次に、各対象 X には、X を域とし、余域とするような特別な射 1_X が対応付けられており、X の**恒等射**と呼ばれる（これがどう「特別」かはあとでわかる）。

「射 f の域が X、余域が Y である」ということを

$$f : X \longrightarrow Y$$

あるいは

$$X \xrightarrow{f} Y$$

などと記し、こういった矢印を用いて組み上げられた表記を**図式**と呼ぶ。矢印の向きはべつに左から右と限る必要もなく、それが便利なら右から左へ書こうと、下から上に書こうと自由である。X の恒等射 1_X については、$1_X : X \longrightarrow X$ である。

さて次に、射 f, g で、$\mathrm{cod}(f) = \mathrm{dom}(g)$ となるものがあったとき、つまり

$$Z \xleftarrow{g} Y \xleftarrow{f} X$$

というような状況のとき、こういった f, g に対しては、これらの**合成**と呼ばれる射

$$Z \xleftarrow{g\circ f} X$$

が存在する。これらが満たすべき関係として、二つを要請する。

一つ目は**結合律**で、

$$\begin{tikzcd}
W & & Y \arrow[ll, "h\circ g"'] \arrow[dl, "g"] & \\
& Z \arrow[ul, "h"] & & X \arrow[ll, "g\circ f"] \arrow[ul, "f"']
\end{tikzcd}$$

というような状況のとき、X から W へ至る道筋は平行四辺形を上側から行く場合（$(h\circ g)\circ f$）と下から行く場合（$h\circ(g\circ f)$）との 2 種類が考えられるが、これらが射として同じものでなければならないという要請だる。つまり

$$(h\circ g)\circ f = h\circ(g\circ f)$$

ということだ。このように、図式内の対象から対象への道筋（つまり射の合成方法）が複数あるときに、結果が選び方によらない場合、その図式は**可換**であると呼ばれる。この概念を用いれば、二つ目の関係である**単位律**は、任意の射 $f : X \longrightarrow Y$ に対して、図式

$$\begin{tikzcd}
& X \arrow[dl, "f"'] & \\
Y & & X \arrow[ul, "1_X"'] \arrow[ll, "f"'] \arrow[dl, "f"] \\
& Y \arrow[ul, "1_Y"] &
\end{tikzcd}$$

が可換であることを要請するものとして述べられる。つまり

$$f\circ 1_X = f = 1_Y \circ f$$

でなければならないというルールである。

まとめると、圏には「対象」と「射」とが備わっていて、これらは域、余域の概念を通じて関係しあっており、射には結合律をみたす合成という操作があり、対象には単位律をみたす恒等射が紐付けられている。

具体例は山ほどある。「集合」を対象とし「写像」を射とする圏や、「命題」を対象とし「証明」を射とする

圏などについて考えて見られたい。また、交通や代謝のネットワークを考えてみるのも面白いであろう。もちろんより数学的な例もそれこそ無限にある。圏の概念は、「掲げた公理をみたすものなら何でも良い」という数学的自由さの発露とでもいうべきものだ。

さて、圏が与えられると、その圏における「異なるものの間の同じさ」が、**同型射**（isomorphism）の概念によって与えられる。これは射 $f : X \longrightarrow Y$ で、図式

$$\begin{tikzcd} & Y \arrow[dl, "1_Y"'] \arrow[dr, "g"] & \\ Y \arrow[dr, "g"'] & & X \arrow[ll, "f"'] \arrow[dl, "1_X"] \\ & X & \end{tikzcd}$$

を可換にする射 $g : Y \longrightarrow X$ が存在するようなもののことである。式にすれば

$$g \circ f = 1_X,\ f \circ g = 1_Y$$

というような g となる。このとき X と Y とは**同型**であるといわれる。こういった g は各 f に対してただひとつ定まる[2]から f^{-1} と書き、f の**逆射**と呼ぶ。

同型なふたつの対象は、異なっているにも関わらず、「その圏において本質的に同じ」となる。なぜなら、同型射によってつながりあっているため、一方がある図式のなかで機能しているならば、他方もまた（同型射を通じて）まったく同様の図式のなかで機能することになるのである。たとえば、ものを数えるのに、おはじきを使おうが石ころを使おうが、かまわない（便利さは違うとしても）、というのはそういう事情による。

まとめると、ひとつ圏が措定されるごとに、その圏における「可逆」な射で連絡しあう対象に対する同じさ（「同型」とよばれる）が定まる、ということである。自明に異なる現象のあいだに同じさを措定することの基本構造が、ここに照らし出される。

ここで重要なことは、この圏の措定の仕方は一般に一意的でもなければ、最良のものが経験に先だって与えられるものでもない、ということである。むしろ、その多義性、またその共存、さらには圏どうしのあいだの連絡においてこそ、法則的認識が生き生きと働いているのである。「同じ」対象ですら、別な圏の対象としてはまったく別の役割を果たしうる。また、二つの圏に属する「まったく同じでない」対象のあいだにも、圏と圏のあいだの連絡を通じて同じさが措定されうる。この「圏と圏のあいだの連絡」が、「関手」である。

関手は、域、余域や結合法則を含めて一方の圏の射（および対象）を他方の圏の射（および対象）に対応させるものとして定義される：

定義 1 圏 $\mathcal{C}$ の対象、射から圏 $\mathcal{D}$ の対象、射への対応 F が**関手**（*functor*）であるとは、以下の *3* 条件をみたすときにいう。

1. $\mathcal{C}$ の射 $f : X \longrightarrow Y$ を $\mathcal{D}$ の射 $F(f) : F(X) \longrightarrow F(Y)$ に対応させる。
2. $\mathcal{C}$ の各対象 X の恒等射 1_X について、$F(1_X) = 1_{F(X)}$ となる。
3. $\mathcal{C}$ の射 f, g の合成 $f \circ g$ について、$F(f \circ g) = F(f) \circ F(g)$ となる。

要するに、図式を図式に「きちんと」対応させるのが関手なのだといえる。手元にある図式と、「同じ形」のものを見付けるということである。もちろんここで「形」というのは、射たちがどんな風に合成されているか、ということも含めて考えている。

関手は非常に普遍的な概念であって、認識・表現・構成・モデル化・理論化などの言葉で言い表されるプロセスは、すべて関手の生成だと言えるほどである。関手を通じて、いわばひとつの圏が他の圏に映り込み、より一般的なかたちで、自明に異なる現象のあいだに同じさを措定することができるようになる。

ところで、図式をの構造を保つものとして関手を定義したが、「図式」それ自体すら関手とみなすことが可能である。関手が図式を同じ形のものに移すというのは定義の後に述べたとおりだが、これはつまり「図式の形」というものを圏論的に記述できる可能性を示唆しているわけである。たとえば、われわれは何度も「$A \xrightarrow{f} B$」と書いてきたが、これは「2 つの対象を持ち、恒等射以外には一方の対象から他方への射が 1 つあるだけの圏」からの関手とみなすことができる。元の圏の対象や射の名前には興味がないから省略して描けば、「$A \xrightarrow{f} B$」というのは

$$\begin{tikzcd} \cdot & & B \\ \cdot \arrow[u] \arrow[rr, phantom, "\rightsquigarrow"] & & A \arrow[u, "f"'] \end{tikzcd}$$

という関手のことである。形を区別するためには元の圏の名前が用いられる。圏 $\mathcal{C}$ における**型** $\mathcal{J}$ **の図式**（diagram of type $\mathcal{J}$）といったら $\mathcal{J}$ から $\mathcal{C}$ への関手を指す。$\mathcal{J}$ としては、今のような単純な構造の圏が用いられることが多い。圏というとなんとなく大きな集

[2]他に射 h が同じ条件をみたすものとすると

$$h = h \circ 1_Y = h \circ (f \circ g) = (h \circ f) \circ g = 1_X \circ g = g$$

となる。

まりのイメージばかり持たれることが多いが、、$\mathcal{J}$ のような「小さい」ものも圏である。三角形の図式をはじめ、より複雑な図式も、元の圏を変えて取り扱っていくことが可能である。

さて、ここから最も重要な概念を導入する。先ほど、関手の措定の仕方が一意的でもなければ、最良のものが経験に先だって与えられるのでもなく、多義性、共存が重要であると述べた。したがって、それらを結びつけ、あるいは変化させるプロセスを関手のあいだの連絡が重要になってくる。それが「自然変換」である。

われわれはこれまで、様々な概念が圏における図式としてとらえられるということを述べてきた。あえて言い切ってしまうなら、数学的な概念はある種の図式に対応する。また、その概念の「具体例」というのは、対応する図式の形を保ちながら、われわれがそれを「実現」する舞台となる圏に表現することだといえる。つまり、「抽象的」な圏から「具体的」な圏への関手だと考えられる。たとえば、抽象的な図式に対してそれを「実現」する集合や写像のネットワークを構成するというのは、抽象的な図式の圏から集合圏への関手を作るということに相当する。こうしていくと、面白いことに気付く。それは、関手のことを今までは圏の間の射として考えてきたけれども、見方を変えればそれ自体を「対象」と思えるということである。なにしろ、それは「具体例」(数学では「表現」とか「モデル」ともいう)に対応しているのだから。すると、その間の射とは何か、と考えたくなる。その答えが「自然変換」なのである。

定義 2 F, G は圏 $\mathcal{C}$ から圏 $\mathcal{D}$ への関手とする。t が F から G への**自然変換**(*natural transformation*)であるとは、以下の *2* 条件をみたすときにいう。

1. t は、$\mathcal{C}$ の各対象 X に対して $\mathcal{D}$ の射 $t_X : F(X) \longrightarrow G(X)$ を対応させる [3]。

2. $\mathcal{C}$ の各射 $f : X \longrightarrow Y$ について、$F(X)$ から $G(Y)$ への射として

$$t_Y \circ F(f) = G(f) \circ t_X$$

が成り立つ。

自然変換をどう描くかについてはいくつか流儀があるが、ここでは $t : F \Longrightarrow G$ と表すことにする。2 つ目の条件については、次のように図示するとわかりやすいであろう。

$$\begin{tikzcd}
 & Y & X \arrow[l, "f"'] \\
F \arrow[d, Rightarrow, "t"'] & F(Y) \arrow[d, "t_Y"'] & F(X) \arrow[l, "F(f)"'] \arrow[d, "t_X"] \\
G & G(Y) & G(X) \arrow[l, "G(f)"]
\end{tikzcd}$$

右上が $\mathcal{C}$ での射、右下が $\mathcal{D}$ での射を表している。ここでは関手 F, G による f の 2 つの移り先と自然変換 $t : F \Longrightarrow G$ との関わりが描かれている。2 つ目の条件は、この四角形が可換であることを要請するものである。ようするに関手どうし、つまりは「具体例」どうしを関係付けているということになる。「本質」とは図式そのものだから、自然変換とは、この意味で「本質を保ちながら変換すること」だということになるのである。

こうして、「関手を対象とし、自然変換を射とする圏」を考えるにいたる。これを**関手圏**(functor category)と呼ぶ。図の左下はこの見方を示している。横方向の $\mathcal{C}$ での動きと縦方向の関手圏での動きとが合わさり、$\mathcal{D}$ での四角形が形成されているという覚えやすい構造になっている。関手圏が本当に圏であるかは、自然変換の合成がまた自然変換になっているということを確かめなければならないが、これは $\mathcal{D}$ での動きを見ればすぐにわかる。

この関手圏の射である自然変換を通じて、関手圏における同型が定まり、自明に異なる関手のあいだの同じさを措定することができるようになる。しかもこの自然変換の概念を通じ、これまで多様な局面やレベルに現れていた「同じさの措定」のあいだの同じさが、数学的に定式化できるようになったのである。

4. 「同じさ」の措定＝自然変換の創出

さて、以上の準備に基づいて、「同じさ」の措定に関する我々の作業仮説を提起する：

> 「同じさ」の措定とは、自然変換の創出である。

この作業仮説の(当面の)妥当性は、以下のように述べることができる。

まず、数学的概念の世界における「同じさ」としてもっとも代表的なものは、「準同型」の概念であることに注目しよう。一般に準同型の概念は、少なくとも形式的には「自然変換」としてとらえられることが知

[3]つまり自然変換は、そのそもそもの「身分」としては、対象から射への対応である。

られている[4]。このことは、次のように考えれば納得がいくであろう。

たとえば準同型のもっともやさしい例の一つは「対数関数」であろう。指数関数とは、一言にして言えば、「積を和に変換する」関数のことである。これにより乗法（掛け算）の世界と加法（足し算）の世界がつながることになる。それらは異なる世界ではあるものの、対数関数を通じてつながり、難しい積の計算をより易しい和の計算に帰着できる。すなわち、対数関数はこれらの自明に異なる世界のあいだに「同じさ」を措定する機能そのものなのである。（なお、実際には、対数関数は単に準同型であるばかりか、「逆」すなわち対数関数が存在するゆえに、「同型」でもある。）

この「積を和に変換する」というのは、「演算してから代入する」と「代入してから演算する」の可換性を意味している。自然変換の定義は、こうした「可換性」を見事にとらえているのである。これは単なる感覚的な言明ではなく、対数関数を、「二項演算」の概念を表す抽象的な図式を、掛け算世界に「実現」する関手とから、足し算世界に「実現」する関手への自然変換としてとらえることが可能であるが、まずは感覚的な理解をしていただければ、以後の議論には差しさわりがない。

もっとも重要なことは、

> 数学的な「同じさ」の措定は、自然変換の創出である

ということである[5]。

さて、以上のように、数学的な世界における「同じさ」の措定が自然変換としてとらえられることを論じてきたが、ここまでは完全に数学内部の議論であり、現代数学の「常識」に属する事柄ともいえる。

この「常識」を踏まえ、かつ、

> およそ学問的にとらえられうるものは、(たとえ素朴なものであろうとも) 何らかの数学的構造によって表現されるであろう

という、大胆に響くものの経験的には多くのひとびとに認められるであろう仮説と結びつけるならば、

> 同じさの措定に関する学問的研究においては、「そこにはどんな自然変換が生まれ働いているのか？」という問いが重要になる

という自然な発想にいたるであろう。

もちろん、形式的な言い換えは常に可能であるのだが、ここでわれわれが大胆に仮説しようというのは、

> 「同じさ」の措定が行われる「現実」の構造＝出来事そのものが、自然変換の創出なのではないか

ということなのである。この普遍的な仮説を、具体例において（やや実用主義的に）言い換えてみれば、

> 同じさを措定する認知過程の「実際のしくみ」が、なんらかの自然変換の創出そのものなのではないか

となる。

ここで「実際のしくみ」と言ったのは、同じさを措定する認知過程が、単に「自然変換としてきれいにかける」ということなのではなく（それだけならば示しやすいがつまらない）、たとえば我々の脳（より正確にいえば、環境ー脳ー身体という関係性の総体[6]）において現実に起こっている「同じさ」の措定過程が、自然変換の創出ではないのか、ということである。

あるいはまた、より工学的な観点から言い換えれば、「同じさ」の措定ができるシステムはつねに自然変換の創出を行っているしのではないか、ということになろう。また、自然変換の創出をデザインの原理とすることでより能力の高いシステムが創出できるのではないか、という提言にもつながる。さらには、そのシステム自体をひとつの関手とみなし、そのあいだの自然変換を通じて、「本質的に同じ」システムという概念を定義することも可能である。すなわち、同じさの措定のあいだの同じさの措定、という問題にもアプローチ可能になる。

われわれが本節の初めに述べた

> 「同じさ」の措定とは、自然変換の創出である

というスローガンは、以上のようなことを意味している。

---

[4]関手それ自体、圏の間の準同型であるから、この場合「自然変換」でなく「関手」というべきではないか？と思われるかもしれない。しかし、この場合にも問題はない。実は一般に、関手自身自然変換の特別な例と考えることが可能なのだ（「対象」を「恒等射」と同一視してよい、という理屈と同様。）。

[5]ここで、読者のなかには次の疑問を持たれるかたもあるであろう。

自然変換により同じさを措定するといっても、その定義自体、圏における射の等しさなしには定義できない。すなわち、あるレベルでの同じさはすでに前提されている。これは循環論法ではないか？

これについては、「確かに自然変換の定義には圏の射の等しさが前提されているが、それをもとにして異なるレベルでの新しい同じさが措定されるのだ」、と答えられる。つまり、より正確に言えば、

> すでに措定されたある数学的な「同じさ」をもとに新しい数学的な「同じさ」が措定される過程は、自然変換の創出としてとらえられる

というべきであろう。当然、前に掲げたより一般的なスローガン

> 「同じさ」の措定とは、自然変換の創出である

もまた、正確にはこうしたことを意味している。

[6]ここで、脳が媒介項としていることに注意。これは、進化的に見て脳は「目」が豊かになったものであるということを反映していると同時に、「意識」についての圏論的考察のためにも整合的なのである。これについては、ゲオルグ・ノルトフ氏らとの共同研究が進行中である。

自然変換の概念は、圏論の誕生以前には、明示的に定義することすらできなかった。それも、難解であるがゆえではなく、自明のうえにも自明であるがゆえにかえって見過ごされ、放置されていたのである。圏論的視座によって、いわばわれわれの向こう側ではなくむしろ手前にある暗がりが照らし出されたのである。本論文の主題はまさに、この圏論的視座の射程、とくに自然変換の概念の射程が、狭い意味の数学の枠組みにとどまらず、あらゆる同じさの諸相の多義性、共存における連絡を通じた、「同じさ」の措定のあいだの「同じさ」の措定、すなわち「同じさ」の措定の一般構造を解明する手がかりであると提起することにある。

5. 比喩の一般理論に向けて

この主題の具体的な展開として、「同じさ」の措定（発見／発明）である「比喩」の一般理論の枠組みを提示する（布山美慕氏との共同研究に基づく）。

比喩とは、まさに、自明に異なるもののあいだに「同じさ」を措定することで、気づいていなかったものごとに気がついたり、豊かなイメージを通じて深い意味付けを行えるようにすることである。

たとえば、原始仏典『スッタ・ニパータ』は次の有名な詩句から始まる [1]：

> 蛇の毒が広がるのを、薬草によって抑えるように、わき上がる怒りを抑える比丘は、こちらの岸（この世）とあちらの岸（かの世）をともに捨てる。あたかも、蛇が、老朽の古い皮を脱ぎ捨てるように。（石飛道子訳）

比丘（修行者）の生き方を説いたこの詩句は、「蛇」やそれと密接な連想関係にある諸形象のネットワークを巧みに用いた比喩からなっている。

蛇という形象は単独で真空中に浮かんでいるのではなく、毒や、蛇にかまれた人、恐怖、麻痺、死、といった形象、藪、不可視、突然さ、などの形象への連想も働くであろう。また、蛇の脱皮、そのぬめりとした感覚、脱皮したばかりの蛇の清潔さ、困難な道、くねくねと進む姿、などにもつながっている。そしてまた、文化によっては、「智慧」への連想も働くかもしれない[7]。こうした「蛇」の周縁の諸形象のネットワークがあって初めて、豊かなイメージが喚起され、それを通じて深い意味づけが可能になるのである。

蛇の毒という言葉が喚起する、<蛇の毒が広がるのを、薬草によって抑える>「ように」<わき上がる怒りを抑える>、というこの「ように」を通じて、広がる蛇の毒を抑えることとわき上がる怒りを抑えること、が結びつく。それにより、「蛇の毒」と「怒り」の間に、強い連想関係が創出される。すると、言葉に直接に書かれていない形象も含めて、諸形象がつながりはじめる。たとえば、蛇の毒のもたらす「麻痺」は、怒りでいえば何にあたるだろうか。それは、理性が失われることかもしれない。そのような連想が働くならば、コブラの毒は神経毒であり、麻痺の広がるさまと怒りにより理性が失われていくさまが二重写しになるであろう。それは「死」につながる。蛇の毒が生命を奪うように、怒りが修行者の人格を奪う。そうならないためには、「一刻を争う」。怒りを抑えるには、スピードが重要ということか $\cdots$ 。という風に、一瞬のうちに、「蛇の毒」を中心としたネットワークが、「怒り」を中心としたネットワークにつながり始めるであろう。そして、「怒り」の本性である、まさにその危険性や、「早めの処置が肝要」といったことが、すさまじい実感をもって、体得されうるのである。

そしてまた同時に、では、怒りに対する「蛇の毒に対する薬草」にあたるものは何だろうか？という思考も喚起するだろう。その「薬草」によって怒りを抑えるならば、<あたかも蛇が、老朽の古い皮を脱ぎ捨てる>「ように」、修行者は「修行者にとっての『蛇にとっての老朽の古い皮』」にあたる「何か」を脱ぎ捨てて、困難な道をも進んでいけるのであろう。… ではその「怒りに対する『蛇の毒に対する薬草』にあたるもの」とは、「修行者にとっての『蛇にとっての老朽の古い皮』にあたるもの」とは、何だろうか？といった深い思索に導くのである。

さて、これらすべてのことが、いったいどのような仕組みによって、可能になっているのだろうか？われわれは、ここに「自然変換の創出としての『同じさ』の措定」が生き生きと働いていることを指摘したい。

意識のうちに生じては消える形象を対象とし、その連想関係を射とする圏を考えよう。これを $\mathcal{C}$ とする。ほんとうは、この $\mathcal{C}$ は刻々と変容しているのであるが、簡単のためにひとつの文字で表す。さて、この $\mathcal{C}$ において、「蛇の毒」という形象が生ずる。これを簡単のため A と置こう。これらは、単独に真空中に浮かんでいるのではなく、この A につながる $\mathcal{C}$ 内の諸形象のネットワークとともにある。一方、「怒り」の形象を B とするならば、これはこれで、$\mathcal{C}$ 内の多くの形象と連想関係にある。さて、「ように」という語によって、この B から A への連想関係（「$B \to A$」）が形成されると、何が起こるのだろうか。

ここで、実は「余スライス圏」という概念を用いれ

[7]インドにおいて「蛇」を意味する「ナーガ」は、まさに智慧を追求するものの象徴でもあるとのことである（石飛道子氏のご教示による）。ナーガールジュナ（龍樹）の「ナーガ」である。

ば、この状況の分析がクリアになる。たとえば、「蛇の毒に対する薬草」というのをどう表現するか。この表現の仕方は多々ありうるだろうが、もっとも素朴には、蛇の毒 A から薬草 a への（ある種の）連想関係＝「射 $A \to a$」そのものによって表せばよいであろう。一般に、「X からの射 $X \to x$」たちを用いて、「X に対する x」であるとか、「X にとっての x」というものを表現できるだろう[8]。

さてすると、このような、「X からの射 $X \to x$」たちを「対象」とし、その間の関係（つまり可換な図式）を「射」とする圏 $X/\mathcal{C}$ というのを考えることができるようになる。こういった圏を余スライス圏と呼んでいる[9]。これは $\mathcal{C}$ から作られるが、$\mathcal{C}$ そのものでもその単なる一部分でもない。まさに X を中心とする、「X に対する何か」の形象のネットワークとなっている。いわば、形象 X の「意味」を表現する圏といえよう。各形象はこのようにして、形象の宇宙における意味の銀河をまとっているのである。

さて、話を元に戻す。「蛇の毒」から「怒り」への $\mathcal{C}$ における射 $f : B \to A$ が、「ように」によって創出されたとしよう。このとき、この射からは、対応する $A/\mathcal{C}$ から $B/\mathcal{C}$ への関手 $() \circ f$ が形成される。これは、f を合成する、という操作によって与えられる。つまり、日常語でいえば、「蛇の毒にとっての a」に対し、「怒りに対する『蛇の毒に対する a』」を「考える」という操作である。

この関手は、数学的に自動的に生成される。つまり、いつでも、「怒りに対する『蛇の毒に対する a』」に「あたる何か」という抽象的なものを「考える」ことはできるだろう。しかし問題は、そのような「何か」を、「怒り」をとりまく「具体的な何か」に結び付けられるか、どうかである。そのような結びつきが可能になったとき、$A/\mathcal{C}$（の一部）から $B/\mathcal{C}$（の一部）への新しい関手が創出されるのであり、その結びつき自体は、$() \circ f$ からこの新しい関手への自然変換そのものなのである。

日常語でいえば、たとえば、「怒りに対する『蛇の毒に対する薬草』」に、なにか具体的なものをつなげてみる、という操作である。この「なにか具体的なもの」は、何も一意的に定まるものではないだろう。ある人は、「そういう怒りを感じている自分を冷静に観察すること」をつなげるだろうし、ある人は「みんなどうせ死んでしまうのだから」と思うことで怒りを抑えるかもしれない。あるいは、そういうブッダの言葉じたいを心に呟くことを「薬草」とするひともあるかもしれない。なぜこれらにつながるか、というのは、決して完全に無作為につながるのではなく、「つながりやすさ」の傾向は確実にあるものの（そしてその傾向をいかに記述するかが大きな課題であるものの）、「答えは決して一意的ではない」ということを強調したい。「唯一の正解」はないのである。なにが「薬草」にふさわしいかは、各人が経験的にあてはめるしかないのであるし、人によって、場合によって異なるはずなのだ。そして、一つに決める必要があるものでもない。それらの非一意性、共存、こそが豊かさにもなりうるのだ。同様に、「修行者にとっての『蛇にとっての老朽の古い皮』にあたるもの」は何かと様々な角度から考えてみるならば、ここでもまた数多くの深い思索が生まれるに違いない。

まさにこのように、われわれは、比喩という「同じさ」の措定において、自然変換（そしてそれを「自然にする」新しい関手）を刻々と創出しているのであり、そうであるがゆえに、ごくわずかな言葉によって、＜あたかも蛇が、老朽の古い皮を脱ぎ捨てる＞「ように」新しく生きなおすことすらあるのである。

本節においては、原始仏典を例にとったが、このようなダイナミックな分析を待っている比喩が世界には限りなく存在するだろう。これらの比喩は、単に「共通の属性」を発見するといった、高校の数学で習う「集合と論理」のような静的な「論理」ではなく、きわめてネットワーク的な論理＝圏論的な「論理」によってこそ十全に解き明かされるのではないか。われわれはこの大きな期待のもとに、圏論的な「比喩の一般理論」を創出しようと試みているのである。

6. 結語

本論文においては、圏論の基本概念をもとに、

> 「同じさ」の措定とは、自然変換の創出である

というスローガンを提起し、その具体的な適応の可能性を素描してきた。

実をいえば、この「創出」を十全な形で数学的に書き下すためには、圏・関手・自然変換の「不定化」が必要になる。すなわち、閉じて確定した自然変換ではなく、ゆらぎながら生成し消滅し、あるいは進化をとげていくような自然変換の概念を導入する必要がある。そのために、われわれは「不定自然変換理論 (Theory of Indeterminate Natural Transformations, TINTs)」

[8] 射の向きが逆のほうがよい、と考える読者もいるであろう。そうかもしれない。いずれにしても、矢印には一応何らかの基準で向きをつけていたほうが、一般的な局面に適用可能なので、そのようにとっておく。もちろん、両方向に矢印があることも多々あるわけだが。

[9] 名前に意味はない。数学者を代表して、お詫び申し上げる。

と称する枠組みを創出したうえで、それを比喩の理論に適用しようとしている（布山美慕氏・岡隆之介氏との進行中の共同研究）。そのひとつの目標は、「不定化された圏論」を基盤にして、ある条件のもとではそれを「確率的」モデルに変換でき、定量的な解析にもつなげられることを示すことである。これはまさに手探りの試みであって、今後の研究課題は極めて多い。興味をお持ちの方々との協働を心から希求するものである。

序文においても述べた通り、本論文は、哲学や認知科学の根本問題を圏論の枠組みに回収できると主張するものでもなければ、これらの分野における圏論の手軽な応用を提供しようとするものでもなかった。筆者が圏論的視座を提示する目的は、整理やエレガンスの追求ではなく、自明のうえにも自明であるがゆえに見逃されている、われわれの向こうではなくむしろ手前にある暗がりを照らし出すところにある。

> 「同じさ」の措定とは、自然変換の創出である

というわれわれの作業仮説が、その「手前にある暗がり」を照らし出す一助となれば幸いである。

参考文献

[1] 石飛道子訳,“蛇経”, http://manikana.la.coocan.jp/canon/uraga.html

[2] S. Mac Lane, （1998）“Categories for the working mathematician” Graduate texts in Mathematics, Vol. 5(2nd ed.), Springer. （邦訳：“圏論の基礎” 三好博之, 高木理共訳, 丸善出版.）

[3] 西郷甲矢人・能美十三, (2017) “しゃべくり線型代数”, 現代数学, ４月号および８月号.