

ポテンシャルゲームを用いてクジ比較における認知をモデル化する Modeling cognition in lottery comparison by using potential games

犬童 健良[†]

Kenryo Indo

[†] 関東学園大学

Kanto Gakuen University

kindo@kanto-gakuen.ac.jp

Abstract

The “games in mind” approach for the cognitive modeling framework describes the human mind as a collection of rather simple, autonomously responsive agents reacting to each other in an optimal manner as if they are players in a specific form of von Neumann and Morgenstern’s game theory, and thereby simulates semiotic inference driven by “marked” phenomena. This article applies and extends the framework to the lottery comparison task, a type of decision-making problem under risk, by using potential games. The cross-attention potential in a lottery comparison task can be translated into Monderer and Shapley’s potential games developed using game theory. By supposing a choice of lottery and one of its outcomes, a potential game ranks the strength of the concern about a possible outcome of an unchosen lottery. Differences in payoffs of the game can be identified using the differences in potentials. Additionally, the equilibrium points can be interpreted as the consequence of congestion avoidance between two agents. By using experimental data on attentional rank potentials for the Allais-type choice questions used in the previous study by the author, relationships between equilibria and risky shifts are argued.

Keywords — lottery comparison task, games in mind, potential game, cross attention, congestion avoidance

1. はじめに

リスク下の選択の実験研究では、2つのクジを記述し、好きな方を選ぶよう参加者に質問するのが通例である。例えば次のような質問文を与える。

選択問題 1. 「確率 80% で 400 万円当たるクジを引くオプション A と、確実に 300 万円もらえるオプション B のうちいずれかを選べるとします。あなたはどちらを選びますか？」

いうまでもなく、一つのクジはその可能な結果である賞金とその確率によって記述される。クジ比較の認知過程は、一方のクジから可能な結果を選び、他方のクジの可能な結果と比較する思考を含む。被験者は問題文章や付随する図表を理解し、またそれに反応して、適切な選択を回答するために必要な情報を、必要に応じて可能な結果間を比較した記憶を参照しながら得ていると考えられる。

定義 (交差的注目). 一方のオプション (クジ) から可能な結果の集合 X , 他方の可能な結果の集合 Y とする。 X と Y から一方, 例えば X を選び, その一つの要素 $x \in X$ を選んで, 他方からの一つ $y \in Y$ を選んで比較することを, 本論文では, (X から Y への) 交差的注目 (cross attention) と呼ぶ。

交差的注目は両クジの可能な結果を点とする 2 部グラフの有向枝, あるいは表 (2 次元配列) のマス目の位置とみなせる。選択問題 1 に対する交差的注目は仮想を用いた以下の 4 文によって表現される。

1. 選んだクジが当たったとして, 選ばなかった現金
2. 選んだクジが外れたとして, 選ばなかった現金
3. 現金を選んだとして, クジが当選すること
4. 現金を選んだとして, クジが外れること

選択問題 1 に対する典型的回答は, 後で述べる選択問題 2 の回答と合わせて, リスク選択の規範的理論 (期待効用最大化) では予測できない回答パターンを引き出すことが知られている (Allais, 1953; Kahneman & Tversky, 1979). 心理学者はこれに代わるリスク選択の記述的理論を提案してきた (プロスペクト理論 (Kahneman & Tversky, 1979; Tversky & Kahneman, 1992), TAX 理論 (Birnbaum & Chavez, 1997; Birnbaum, 2008), 優先ヒューリスティックス (Brandstätter et. al., 2006) など). しかし交差的注目を系統的に調査した先行研究は殆ど知られていない。

犬童(2013)は選択問題 1 他 4 問の交差的注目のランクを質問調査した。回答データは犬童(2014a)に付録として掲載されている。本論文では, 犬童(2016)の「心の中のゲーム」アプローチをクジ比較に拡張し, 交差的注目のランクをポテンシャルゲームとして解釈する。例えば, 選択問題 1 の回答データ 96 件中には, 2 枝間ではすべての順序が出現するが, 2, 1, 4 の順により気になる程度が増すことはない。心の中のゲームモデルでは, この未出現順序を「クジか現金か」と「後悔か安堵か」の両対立軸に対応する 2 エージェント間の混雑回避の結果 (均衡点) として説明する。

図1は、選択問題1における交差的注目を有向枝として可能な結果を結んだサイクルを示している。

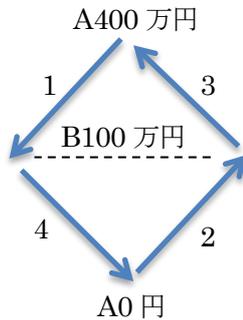


図1 交差的注目のサイクル

図1のサイクルに沿って、各枝の交差的注目による気になる度合い（有徴性）を表す値 ρ を割り当てる。本論文では、 ρ を交差的注目ランク、あるいはポテンシャルと呼ぶ。図1で ρ 値の差が正である隣接枝は、枝の順方向に「より気になる」という関係、また逆方向に「より気にならない」という関係をもつ。

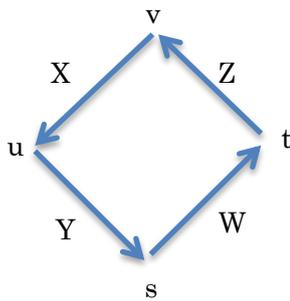


図2 混雑ゲーム。図2に示される矩形経路において、エージェント1は地点tから出発し、地点uに移動する。エージェント2は地点vから出発し、地点sに移動する。エージェント1は道ZXまたは道WYを使い、エージェント2は道XYまたは道ZWを使う。

図1のサイクルには、最善と最悪（13：24）、優越と劣位、ないし安堵と後悔（14：23）という異なる対立軸のペアが含まれることに注意する。隣接する枝間の移動は一方の対立軸を不変に保ちつつ、他方の対立軸を反転させる。また連続する3枝の道は、両方の対立軸の間の「交換」を意味する。

本論文の提案するモデルの中心をなす作業仮説を、推測1として予め述べておく。

推測 1. 人々がクジの可能な結果について交互に比較するとき、何らかの観点で一つの結果に着目して（それをメリットとして）あるオプションを選ぼうと考えたとしよう。もし選ばないつもりのもう一つのオプションのある結果がより気になり、さらに、選ぶつもりであるオプションの別の結果がよる強く気になるとしたら、その選択を裏付けていた観点は揺らぐ。その結果、決定は不安定になる。

推測1で述べているような事態とは、すなわち図1で隣接する2辺間で生じる混雑、衝突、もしくは干渉である。実際、第3節で述べるように、 ρ 値の差の実証データは図1の隣接枝間で負相関をもつ。これは現実の認知過程において、混雑回避が生じていることを示す一つの証拠と考える。

異なる評価の観点ができるだけ同時に意識されないようにすることによって、意思決定者の決定が安定化されると考えられる。ポテンシャルゲームは、エージェントの自発的活動間で発生する混雑ないし干渉を分析する理論モデルである。

「心の中のゲーム」は、ゲーム理論の定式化を借りて心の中のゲームをモデル化し、その均衡点によって論理や確率の推論を近似する新しい認知モデル化のアプローチとして提案された(犬童, 2016)。心の中のゲームでは Minsky の心の社会やフレーム理論が引用され、推論課題に対する同じ回答パターンは同じゲーム、つまりプレイヤー、プレイヤーの戦略とペイオフとされた。これに対し本論文では、同じ選択の回答であっても、交差的注目ランク（ポテンシャル）から個人ごとに異なるペイオフが設定される。また、犬童(2016)は、有徴現象をトリガーとする均衡点の移動を記号論的推論とみなしているが、ポテンシャルゲームを用いることによってより明確なモデル解釈が与えられる。

ポテンシャルゲームは、混雑ゲームとして、交通や市場の最適化問題の一環で研究された(Zangwill & Garcia, 1981)。またコグニティブ無線（自律分散型の電力供給ソフトウェア）(Mitola, 2000)への応用が知られる(Wang et al. 2012)。ポテンシャルゲーム、より一般にゲーム理論と最適化理論に共通する「均衡プログラミング」(Zangwill & Garcia, 1981)は、経済のみならず、生物、物理、工学、社会、会社組織など、自律的エージェントシステム一般に適用される。「心の中のゲーム」アプローチは、「均衡プログラミング」の認知システムへの応用とみなせるが、その主な目的は従来の手法では困難であった認知現象の記述と解明であり、オ

ペレーシオンズリサーチの分野のように最適化アルゴリズムを詳しく論じることは必ずしも重要ではない。本論文の以降の部分では、まず第2節でポテンシャルゲームについて紹介し、交差的注目の未出現順序がゲームの均衡点を意味することを説明する。第3節では改めて交差的注目とそのランクを定義し、情報の流れとして解釈する。また混雑回避の実証的根拠として、図1のサイクルに沿った隣接2枝間でポテンシャルの差が負の相関をもつことを示す。第4節ではリスク選好の変化を、混雑ゲームの均衡点と関連付けする。第5節で道としての意味をもたない未出現順序を、より一般的な「情報の流れの阻止」として論じる。第6節で関連研究にふれる。第7節でまとめとする。

2. ポテンシャルゲーム

Monderer & Shapley (1996) のポテンシャルゲームは以下のように定義できる。

定義 (ポテンシャルゲーム). 各プレイヤーが戦略を変更したときのペイオフの変化が、各プレイヤーの観点で見たポテンシャルの変化とつねに同符号であるような標準形2人非協力ゲーム(双行列ゲーム)はポテンシャルゲームと呼ばれる。

要するに、ポテンシャルゲームでは、ポテンシャルをプレイヤーの共通のペイオフと考えてよい。図2の混雑ゲームのポテンシャルを表1に示す。

表1 混雑ゲームのポテンシャル

1 \ 2	t 経由	u 経由
v 経由	$\rho(Z)$	$\rho(X)$
s 経由	$\rho(W)$	$\rho(Y)$

表1のポテンシャルは、直観的には、(非混雑時の費用を無視すると)混雑時の各枝の費用の大きさに対応する。ゲームの均衡点は、表1のポテンシャルを共通ペイオフとみなして計算した結果と一致する。ポテンシャルゲームにはつねに純戦略の均衡点とペイオフの交互改善道が存在する(Monderer & Shapley, 1996)。

次の推測2は、交差定注目ランクをポテンシャルとした混雑ゲームへと翻訳する。

推測 2. 現実の選択者の知能は、できるだけ、このような不安定性が発生するのを避けようとするはずである。その不安定性の要因は、図1の枝の向きに沿って、ひとつのセグメントを共有に通る道にする注目の移動で生じる干渉、ないし混雑の現象に対応する。ま

たそのような不安定性は、最終的な決定に至った時点では、最小化される。それゆえ、クジの選択の認知過程は、混雑ゲーム(より一般的にポテンシャルゲーム)の均衡点として記述することが可能である。

交差的注目のランク ρ をポテンシャルとみなすと、図1のサイクルは心の中のゲームのペイオフ表に半自動的に翻訳される。例えば $XYZW = 1432$ とすると、表1の行は「最善」対「最悪」、列は「後悔」対「安堵」(ただし後悔とは劣位側から優位側を見ること、安堵とは優位側から劣位側を見ることであるとする)の2対立軸をなす(表2参照)。

表2 未出現順序142に対応するゲーム

	後悔	安堵
最善	$\rho(3)$	$\rho(1)$
最悪	$\rho(2)$	$\rho(4)$

ペイオフ表の行と列や、戦略の順序を入れ替えてもゲームの構造は不変であることに注意すると、枝番号のシフト $X=1, 2, 4, 3$, すなわち図1を回転させて図2に重ねることによって得られるゲームは同一である。

ただし本論文のポテンシャル ρ 値は、通常のパテンシャルゲームとちがって、同時並行的な異なるゲームのペイオフを意味する。またゲームの均衡点にかんしても、通常通り、最適反応の組として定義されるが、ペイオフの解釈に依存して異なる意味をもつ。一つは認知過程が「より気になる」方に動いていくと仮定することであり、これは ρ 値を費用と考えることに相当する。認知過程の収束先である均衡点は、注目の「焦点」(focal point)である。もう一つの解釈は、「より気にしなくてよい」方に意識が拡散していくと仮定する。これは ρ 値を利得と考えた場合である。認知過程の均衡点は、「放念点」(ease point)とでも呼ぶべきものである。焦点と放念点は、ネットワークフロー問題におけるシンク(sink)とソース(source)に対応するということは、明らかであろう。

交差的注目の実証データ(犬童, 2014a)において、3枝間で $\rho(Z) > \rho(X) > \rho(Y)$ なる ρ 値の順序が全データまたはその一部で出現しないもの、すなわち2枝ペアの ρ 値の差 $\Delta\rho(X, Y) = \rho(X) - \rho(Y)$ と $\Delta\rho(Z, X) = \rho(Z) - \rho(X)$ が同時に正の値にならないものが存在する。

これらの相補的な ρ 値のパターンは、認知的な混雑ゲームにおける2種類の均衡点を意味する。

命題 1 (未出現順序の意味する均衡点). 交差的注目ランク ρ の降順の順序 ZXY を考える. もし ZXY が未出現であるならば, すなわち ZX と XY が同時に生じないならば, 枝 X は混雑ゲームの均衡点である.

系. もし ZXY がポテンシャルの未出現であるならば, ZX のとき X は焦点 (シンク), XY のとき X は放念点 (ソース) である.

証明. 表 1 を以下のように 2 通りのゲームのペイオフとして解釈する. ゲーム XY を仮定すると, 相補性から $\neg ZX$ である. $\rho(X) > \rho(Y)$ かつ $\rho(X) \geq \rho(Z)$ であるから, X は ρ 値を利得と解釈するときのゲームの均衡点 (放念点) である. ZX を仮定すると $\neg XY$ である. すなわち $\rho(X) \leq \rho(Y)$ かつ $\rho(X) < \rho(Z)$ であるから, X は ρ 値を費用と解釈したときの均衡点 (焦点) である. 証明終.

ポテンシャルは, 電磁気学への応用では物理的な意味をもつ. 同様に, 認知への応用において, 「より気になる」関係を通じて定義されるポテンシャルは, 「情報」の流れを意味する. これはたんに概念的な類比にとどまるものではなく, 本論文の交差的注目の分析によって例示されるように, 厳密に定式化したり, 実際に測定したりすることが可能なものである.

3. 気になる木 : 交差的注目と情報の流れ

一般に, グラフの各枝 $m \in M$ に数値を割り当てる関数 $\rho : M \rightarrow \mathbb{Z}^+$ は, ポテンシャル関数と呼ばれる.

定義 (クジ比較におけるポテンシャル). 2 つのクジ間の比較において, 交差的注目の集合を $M = \{1, 2, \dots, m\}$ とする. 交差的注目に対して気になる程度を割り当てる関数を, クジ比較のポテンシャル, あるいはたんにポテンシャルと呼ぶ.

本論文では, クジ比較におけるポテンシャル ρ を交差的注目のランクとして具体的に測定できると仮定する. 犬童(2013)は Allais 背理の例題を用いた実験で, リスク選択問題における交差的注目を調査した. 実験は PC 教室の授業時間内で行われ, 96 名が Web 上の入力フォームから回答を投稿した. 各回答者は選択問題 1 を含む 4 つの連続する問題に回答し, 同時に, 各交差的注目が気になる程度を 5 段階評価した.

ポテンシャルの認知的な解釈は, ρ 値が小さければ小さいほどより気になること, すなわちその有徴性 (markedness) を表すものと解釈される. またポテンシャル ρ の差 $\Delta\rho$ は意思決定者の情報処理を自然に解釈する. $\Delta\rho > 0$ のとき, x から y への注目点移動は,

より気になる方への意識の流れであり, また $\Delta\rho < 0$ のとき, より気にならない方への (逆方向の) 意識の拡散を表す.

3.1. 有徴シグナルとしての未出現順序

「気になる程度」としての ρ 値は, 有徴性を測る指標である. 有徴性とは, 「何か変だ」「気になる」という非通常性の主観, ないし違和感である. その違和感が具体的に何を指すのかは必ずしも明らかではないが, 何らかの「解釈」や「推理」が適用されることにより, 「記号」ないし「兆候」として解釈しうる. 例えば, ワイシャツの袖口についた口紅の跡は, その人物の昨夜の行動についてのある連想を呼び起こさせるだろう.

表 3 は選択問題 1 と 2 の回答パタンごとに調べた選択問題 1 の厳密な ρ 値の順序の度数分布である.

表 3 選択問題 1 の ZXY 出現度数と選好変化

ρ の降順 ZXY	可能な結果 (I は無差別)			
	AC&AI	AD	BC&BI	BD
1 4 2	1	0	6	3
4 2 3	1	1	1	2
2 3 1	1	0	0	2
3 1 4	0	1	0	1
データ件数	13	12	40	31

有徴現象は, 通常の状態と区別できる示唆的特徴を持つのがふつうである (通常あるはずの特徴が欠けている場合も含む). 表 3 における特定の順序の出現は, あるデータの部分集合の可能性を示唆する. ただし表 3 においては, 未出現が通常, すなわち既定 (default) の状態であり, 出現の方が稀, つまり有徴である. 例えば 231 の出現はリスク選好の維持の兆候であり, またその未出現はリスク選好の変化の兆候である.

有徴性はいわば主観的な有意性である. それは統計学の検定手続きにおける統計的有意性とは異なる. 実際, $\rho(Z)$ の平均が低く $\rho(Y)$ の平均が高いとき, ZXY が未出現になる傾向は, 乱数実験によって再現できる. 言い換えれば, ρ 値の高低差は, 231 の出現を通じて, リスク選好維持を符号化する. 命題 1 により, 未出現順序は均衡点のシグナルである. 実際, 図 1 の各枝が焦点になる回数は, 16, 14, 16, 42, 放念点は 24, 47, 21, 15 である (ただし $ZX = XY = 0$ を除外した).

3.2. 混雑回避の実証的根拠

これまで見てきたように、混雑ゲームは、交差的注目の一対の二項対立からなる基本構造であり、そのポテンシャルの未出現順序はゲームの均衡点として解釈される有徴シグナルである。

図1のサイクルに沿った注目の移動(思考)を考える。エージェント1は、確実な金額であるBを経由して、クジの可能な結果を、最善から最悪に向けて移動し、その可能な経路(純戦略)はA400, B100, A400を順方向に辿る道14または逆方向に辿る道32である。エージェント2はクジAの可能な結果を経由して、Bから出発してBに戻り、その経路はB100, A400, B100を順方向に辿る道31または逆方向に辿る道24である。もし1が道14を使い、かつ2が道31を使うとすると、枝1は混雑する(あるいは異なる2観点で評価しようとする情報が互いに干渉し合う)。実際、サイクルに沿った枝ペア間で $\Delta\rho$ の相関係数は負である(図3参照)。

	q1	q2	q3	q4	d14	d42	d23	d31	d12	d43	
q1		0.022	0.270	-0.242	-0.071	-0.106	0.162	0.044	-0.125	-0.026	
q2			0.321	0.304	0.093	0.054	-0.021	-0.101	-0.074	0.083	
q3				0.295	0.225	0.033	-0.171	-0.185	-0.222	-0.080	
q4					0.193	0.204	-0.213	-0.202	-0.300	0.068	
d14						-0.279	-0.200	-0.598	-0.667	-0.42	
d42							1	-0.305	-0.157	-0.249	
d23									0.438	0.322	
d31									0.639	-0.267	
d12										1	
d43											1

図3 リスク選好とポテンシャル ρ の差の相関係数。ロウデータ(犬童(2014a)付録)から選択問題1の交差的注目 $k=1, 2, 3, 4$ を枝とみなし、ペアごとにポテンシャル(ρ) $k \in \{1, 2, 3, 4\}$ の差をとって $d_{ij} = \Delta\rho(i, j)$ とし、ピアソンの積率相関係数行列を求めた。q1からq4は各選択問題の回答を、リスク愛好1, リスク回避-1, 無差別0とした。14と31, 12の間で負相関が強い。また図1の各枝ペアはすべて負相関である。

図3から明らかなように、異なる枝のペアの間にはつねに負の相関がある。とくに31と14の間で負の相関が強まっている。別の指標として、図1のサイクル上で隣接するペア同士(14, 42), (42, 23), (23, 31), (31, 14)について注目すると、ペアをシフトした相手と ρ 値の差の符号についてクラメールの連関係数を求めると、やはり(31, 14)の間に強い連関が認められる(期待値を ρ 値の標本分布から求めた場合、それぞれ0.39, 0.51, 0.31, 0.53, また差の標本分布を直接利用すると、0.17, 0.35, 0.04, 0.43である)。

道31は「後悔が安堵よりも重要(より気になる)」

こととして、また道14は「最善であることが最悪であることよりも重要(より気になる)」こととして解釈できる。それゆえ、道31と道14が同時利用されないという事実は、認知的に解釈すると、道1で干渉し合う(安堵, 後悔)と(最善, 最悪)という異なる評価の基準の重なりを避けているということの意味する。つまり図3に示された負の相関は、 ρ 値をポテンシャルとするポテンシャルゲームにおける混雑回避を反映していると考えられる。

4. リスク選好変化の分析

選択問題1では現実の人々はより確実な金額の方を選ぶ傾向がある。ところが、クジの価値の大小関係を保つように確率の値を変更すると、より大きな金額のクジを選ぶ回答の比率が増える。

選択問題2.「確率20%で400万円当たるクジCと、確率25%で300万円当たるクジDのどちらか一つを選べるとしたら、あなたはどちらを選びますか？」

筆者による実験では全96件中、問題1でB選択、問題2でD選択の比率はそれぞれ74%, 38%であった(犬童, 2013)。また問題1でB回答の71件中、問題2でD以外、つまり(無差別を含む)よりリスクに対し寛容になった比率は65%である。

このようなリスク選好の変化は、選択問題2の確率は選択問題1の確率を1/4に縮小したものであるため期待効用最大化の仮定と矛盾する。

図4は選択問題1の ρ 値をいくつかの領域に区分し、選択問題2におけるリスク愛好側への選好変化の度合い(リスクシフトと呼ぶ)を領域ごとに表示している。

	s14 = +, -		s14 = 0
	s23 = +, 0	s23 = -	
s31 = +	0.13 (n=15)	0.06 (n=16)	0.50 (n=18)
s31 = 0		0.75 (n=24)	1.07 (n=14)
s31 = -	-0.67 (n=9)		

図4 選択問題1と2の間のリスクシフト平均値。

リスクシフト値 $q2 - q1 > 0$ は選択問題2でよりリスク愛好的になることを意味する(最大2)。カッコ内は度数。s_{ij}は図1の隣接枝ペア間における ρ の差の符号、Rの決定木帰納ライブラリrpartを用いた(cp=0.02)。

変数 s_{ij} は図1の隣接枝ペア (i, j) に対するポテンシャルの差 $\Delta\rho(i, j)$ の符号に対応する. すなわち s_{ij} は 2 枝のうちいずれがより気になるかを示す. $s_{14} = s_{31} = 0$ の領域ではリスクシフトがとくに高い (度数 14, 平均 1.07). この領域は 314 が平坦であることによって, 1 が単独で焦点, 放念点のいずれにもならないように, 予めコミットされる. また領域 $s_{23} = -$ かつ $s_{31} \neq +$ もリスクシフトが比較的高い (度数 24, 平均 0.75). この領域では 3 が放念点となる. 一方, 領域 $s_{14} \neq 0$ では $s_{31} = +$ (度数 16, 平均 0.06) と $s_{23}, s_{31} \neq -$ (度数 15, 平均 0.13) の小領域でリスクシフト平均が 0 に近くなる. 後者では 3 が焦点になる. 事実, 表 3 から読み取れるように, リスク選好が変化する回答では 231 (および 241) は未出現である (また道 241 は一貫してリスク回避のみ出現する).

興味深いことに, 次節で述べる選択問題 3 からのリスクシフト回帰木は, 選択問題 1 からそれと類似し, また選択問題 1 の変数 s をそのまま用いることもできる (第 6 節で再び触れる).

5. 道なき道：情報の流れの阻止

選択問題 1 の回答データ中, 2 枝間での未出現順序はないが, 3 枝間の厳密順序 214, すなわち $\rho(2) > \rho(1) > \rho(4)$ のみが全 96 件中未出現である (つまり $s_{12} = - \perp s_{14} = +$ だが, 図 3 に示したように, これらの負相関は強い).

直観的には, $s_{14} = s_{21} = +$ の全件未出現は次のように翻訳できよう. 「最善値 400 万円を基準とした B の 100 万円 (枝 1) よりも, クジ A が外れたときの安堵 (枝 4) がより気になり, かつクジ A が外れときの後悔 (枝 2) がより気にならない」ことはない. 犬童 (2014b) は, 最適化問題の類推から, この未出現順序を「ある水準で相対的に見た後悔を最小化し, 安堵を最大化した」結果と推測している.

心のモデルとしての混雑ゲームは, 現実的な認知過程として解釈できる必要がある. ところが図 1 から分かるように, 214 (=ZXY) には可能な結果を結ぶ道としての具体的な意味がない. 情報の流れの阻止 (blocking) として見ると, この未出現順序は, 「クジの優位」への注目が, 「クジの劣位」から「現金の優位」についての思考の推移の遮断である. 交差的注目の未出現順序 ZXY を, より抽象的に, 「X は Z から Y への情報の流れを阻止する」こととして読むことは論理的に不可能ではなく, 命題 1 より, 混雑回避の結果であ

る均衡点を論理的に含意する.

表 4 未出現順序 214 のポテンシャル

1 \ 2	後悔	安堵
クジ A	$\rho(2)$	$\rho(1)$
現金 B	$\rho(3)$	$\rho(4)$

実際, 表 4 として示したように, 214 が未出現の場合に対応するポテンシャルゲームは, 「クジか現金か」と「後悔か安堵か」の両対立軸に対応する 2 エージェント間の混雑ゲームである.

次のような選択問題 3 の回答データにおいても, 同様の対立軸のゲーム, あるいは阻止関係として解釈できる未出現順序が見出される.

選択問題 3. 「確率 10% で 500 万円, 89% で 100 万円が当たるが, 1% で 0 となるクジ (オプション E) と, 確実な 100 万円 (オプション F) のいずれか一つを選べるとします. あなたはどちらを選びますか?」

交差的注目は以下の 6 通りである (図 5 も参照).

1. クジで 500 万円当たったときの, 現金 100 万円
2. クジで 100 万円当たったときの, 現金 100 万円
3. クジで外れたときの, 現金 100 万円
4. 現金を選んだときの, クジの 500 万円当選
5. 現金を選んだときの, クジの 100 万円当選
6. 現金を選んだときの, クジの外れ

実証データが示す選択問題 3 における未出現順序は, ZX = 31 に対して Y = 4, 5, 6 である. この阻止関係のより現実感を伴う一つの読み方は, 「クジの優位」への注目が, 「クジの劣位」から「現金を選んだときのクジの結果すべて」に対する思いを断つということである. また順序 ZX = 43 に対しては Y = 1, 5, 6 が未出現であり, その解釈としては, 「クジの劣位」は, 「現金の劣位」からは「思わしからざるすべての結果」への懸念を阻止する. その他, 452, 425, 245, 345 が未出現である (したがって, $s_{45} = +$ のとき, $s_{42} = 0$ または $s_{52} = 0$ であり, また $s_{45} = s_{35} = +$ ならば $s_{34} = 0$ である. $s_{45} = +$ は 12 件ある. ただし 45 は道でない (図 5 右上参照).

ちなみに, 実験では交差的注目の番号付けの説明のための補助として, 表 4 を反時計回りに 90 度回転させたものに相当する図表を用いた. このため表中の番号の配置によって視覚的に誘導された可能性はある (選択問題 1 の 214 や選択問題 3 の 316 は全データにおいて未出現であるから, もちろんリスク選好に対しては

中立である)。

次の選択問題 4 は、選択問題 2 と同様 8 個の交差的注目を持つ (図 5 下参照)。

選択問題 4. 「確率 10% で 500 万円当たるクジ G と確率 11% で 100 万円当たるクジ H のどちらか一つを選べるとしたら、あなたはどちらを選びますか？」

すでに述べたように、選択問題 3 と選択問題 4 の間のリスクシフト回帰木は、選択問題 1 と選択問題 2 のものと類似する。選択問題 1 では 14 が平坦であるか、または 231 が放念する経路である場合に、リスクシフトが起きやすかった (図 4)。選択問題 3 では、これは 16 (または 15) が平坦であるか、または 341 (または 241) が放念する経路であることに相当する。事実、選択問題 2 で B の比率は全体で 74.0% だが、 $s_{24} = -$ では 41 件中 92.7% (A 回答は 3 件)、また $s_{24} \neq -$ のとき、 $s_{16} = -$ の 23 件で 47.8%、さらに $s_{15} = 0$ の 9 件で 33.3% と、確実性のある B の比率が減る。すなわち $s_{24} \neq -$ 、 $s_{16} = -$ 、 $s_{15} = 0$ はリスクシフトを増大させる経路になっており、前述の回帰木の観察と矛盾しない。

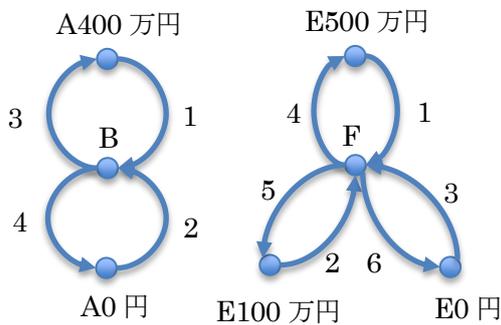


図 5 選択問題 1 と選択問題 3 の交差的注目ネットワーク。可能な結果間の遷移関係をグラフとして表現した。左が選択問題 1、右が選択問題 3 のグラフである。各矢線とそれに振られた番号は一つの交差的注目に対応する。各問題における長さ 4 のサイクルは、選択問題 1 の 1423、選択問題 3 の 1634 と 1524、選択問題 2 と 4 の 1423、5867、1467、2358 である。また選択問題 3 には長さ 6 のサイクル 152634 と 163524 がある。

図 6 に示したように、選択問題 2 と選択問題 8 の交差的注目は、ネットワークとして同一の位相的性質をもっている。

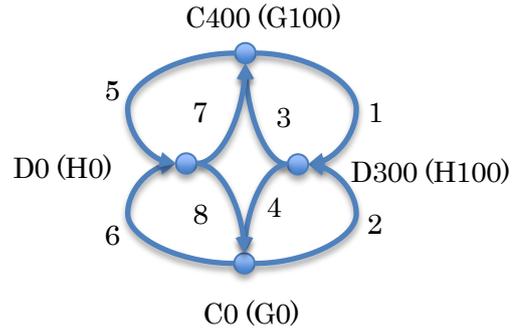


図 6 選択問題 2 および選択問題 4 の交差的注目ネットワーク。環状に並ぶ 13, 57, 86, 24 の小サイクルを互いに結ぶことによって、長さ 4, 6, 8 のサイクルが生成される。

興味深いことに、選択問題 2 と選択問題 4 の実証データから、 ρ が $s_{31} = +$ と $s_{12} = -$ でリスク回避型が多く、これは互いの ρ を交換しても成り立っていることが分かる。選択問題 2 と 4 の s_{12} と s_{31} は、選択問題 3 に対しても同様の傾向を示すが、ただし選択問題 1 に対しては成立しない。

6. 関連研究

リスク選択に限らず、多属性の意思決定を記述する理論モデルは、補償型と非補償型に分類できる。補償型意思決定モデルでは、選択対象の主観的な価値あるいは魅力を単一次元の数値として評価する。非補償型は評価尺度を 1 次元に落とし込めない場合である。リスク選択では、例えば期待効用理論、マクシミン期待効用理論、プロスペクト理論、注意交換の移送理論などが補償型である。

期待効用理論のモデルパラメータは最低 1 個である (定数リスク回避)。(累積)プロスペクト理論では、符号依存する価値関数と確率ウェイト関数が用いられるので実証データから最低 4 パラメータが推定される。逆 S 字の確率ウェイト曲線は、参照点で屈折する価値関数と共にリスク選好の典型的な 4 つ折りパターンを記述する (関数形は複数知られるが、Prelec の関数を用いるとパラメータ数 1 である)。逆 S 字の確率ウェイト関数は、直観的には、リスクに対する不安(anxiety)や希望(hope)といった感情的要素と結びつけて解釈できる。また脳神経科学的手法を用いて確率ウェイト関数の推定を行った研究がある。しかし、確率ウェイト関数は個別のクジの確率を結果のランクに依存して評価するものであり、クジ比較の認知を直接にモデル化する

るものではない。

Birnbaum & Chavez の注意交換の移送(TAX) 理論は、クジ比較によって生じる単調な確率ウェイトからの再配分によって逆 S 字の確率ウェイト関数が作り出される認知過程を記述する。TAX は、期待効用理論の違反だけでなく、枝独立性（および 1 階確率支配）の違反を含む、累積プロスペクト理論を用いても予測できない多様なリスク選択のアノマリを記述できる (Birnbaum, 2008)。これに対し、本論文の提案する交差的注目のポテンシャル差および混雑ゲームとしての解釈は、確率ウェイトの移送経路の利用頻度ないし費用勾配に対する均衡化である。

優先ヒューリスティックス (PH) は、非補償型の意思決定モデルであり、現実の人々の選択を少数の手続き的ルールを用いて記述することができるとされる。Brandstätter et al. (2006) の用いたクジ比較の手続きは以下のものである。いずれの可能な結果（枝）の数も 2 以下のとき、PH は手続きの各ステップで最悪値、最悪値の確率、最善値の順で 2 クジを比較し、最善値に対する金額ないし確率の差の比率 10%以上であれば比較を打ち切りそのクジを採択する。また可能な結果（枝）の数が 3 以上のクジがあるときは、さらに最善値の確率も比較する。驚くべきことに、PH では、価値関数や確率ウェイトを用いずに、Kahneman & Tversky (1979) の問題群に対する典型的な回答パターンをほぼ完全に予測できる。

選択問題 1 に PH を適用すると、ステップ 1 では両クジの最悪値に着目し、「B が A を 100 万円上回る」という事実が見出される。また停止基準をチェックすると、「差額 100 万円」の「全体の最善値 400 万円」に対する比は 25%であり、打ち切り基準 10%を超えるから、PH の手続きは停止され、B が採択される。

ここで統計的検定の手続きの類比として、B 回答者は PH の打ち切り基準にしたがい、「最善値 400 万円を有意水準として 100 万円という値」が主観的に有意な差と結論したと考えてみることにしよう。すると、選択問題 1 に対する枝 1 と枝 3 では、枝 1 のポテンシャルが相対的に低い、つまり $s_{31} = +, 0$ となる傾向があると予想される。ところが、実証データでは s_{31} と AB 間の選択との間に統計的な有意性はない ($\chi^2 = 1.5313$, $df = 2$, $p = 0.465$)。

選択問題 1 に対する PH の予測は、典型的な現実の選択である 75%の B 回答と一致するが、残り 25%の A 回答を説明できない (PH は個人差を説明できないか、

あるいは PH にしたがわない人が 25%以上いる)。実際には、図 4 の回帰木で見たように、 s_{31} は、 s_{14} や s_{23} と組み合わせることによって、リスクシフト、つまり選択問題 1 における確実性効果の解除に関連している。

またプロスペクト理論における編集局面、後悔理論、意思決定場理論、標本に基づく意思決定などは、交差的注目を考慮したモデルと考えることが可能と思われるが、紙幅の都合で本論文ではこれ以上詳細に立ち入らない。また、「価値」関数や「確率ウェイト」関数を用いない、「比較」の観点に基づく意思決定モデルが着目されている (Vlaev, Chater, & Stewart et al., 2011)。数学的には、期待効用理論は効用差に基き一般化される (Vind, 2000)。心理学的実証研究としては、Birnbaum が論じた多様な枝独立性の違反の例は、現実の人々がクジ間の優劣を判定する認知過程に、可能な結果の表示（クジの枝）の分岐や合併が強く影響することを明らかにしている。Indo (2012) はクジ比較における枝の比較が、セルオートマトンを用いた 2 次元競争（局所多数決）として表現し、（クジの枝の）独立性の違反を再現した。このモデルでは金額と確率の大きさに応じて、2 クジの可能な結果を 2 次元トラス上の小領域とし、隣接セル間での相互作用から得られる均衡配置の構成比率によって選択を予測できるような初期配置を反復実験によって求める。また犬童 (2012) は確率の曖昧性回避 (Ellsberg の背理) のセルオートマトンモデルを示した。しかし Allais の背理については整合的なコンピュータ実験結果が得られなかった（論文は未公開）。そこで可能な結果間のより自由度の高い相互作用を用いるモデル作成のため、交差的注目の実証データの必要性が生じた。本論文のポテンシャルゲーム分析は、局所多数決をより一般的な地理的競争（混雑回避）としてセルオートマトンモデルを修正する方法を示唆している。

7. まとめ

本論文では、“心の中のゲーム”における有徴性シグナルによって駆動される推論のモデルを改良し、ゲームを実証的データから構築する方法を論じた。具体的には、クジの比較における交差的注目の有徴性を、ポテンシャルゲームのポテンシャルとして解釈し、モデルを再構成した。実証データにおけるポテンシャルの未出現順序は、意思決定者が考慮する 2 軸の二項対立に対応する混雑ゲームにおける情報の流れを阻止、あるいは、それによって生じる均衡点のマーカである。

また Allais 背理におけるリスク選好変化の分析によって、観点間の干渉を最小化する混雑回避が、あたかも側抑制のようにはたらき、リスク回避からリスク愛好への変化（確実性効果の消失）と関係していることが明らかにされた。

なお本論文が提案する手法は、リスク選択問題だけでなく、意思決定一般に適用可能であると考えられる。また混雑回避を考慮したセルオートマタモデルの改良や、現実の人々の確率ウェイトが交差的注目に依存している可能性についても、今後の課題としたい。

参考文献

- [1] Allais, M. (1953). Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'école américaine. *Econometrica*, 21, 503–546.
- [2] Birnbaum, M. H. (2008). New paradoxes of risky decision making. *Psychological Review*, 115(2), 463–501.
- [3] Brandstätter, E., Gigerenzer, G., & Hertwig, R. (2006). The priority heuristic: making choices without trade-offs. *Psychological Review*, 113 (2), 409–432.
- [4] Zangwill, W. I., & Garcia, C. B. (1981). *Pathways to Solutions, Fixed Points, and Equilibria*. Prentice Hall.
- [5] Indo, K. (2012). Modeling risky decision making by cellular automata. In N. Rußwinkel, U. Drewitz, and H. van Rijn (eds.), *Proceedings of the 11th International Conference on Cognitive Modeling*, Berlin: Universitaetsverlag der TU Berlin, 232–233.
- [6] 犬童健良(2012). セルオートマトンを用いた曖昧性選好のモデリング, 第16回実験社会科学カンファレンス, 青山学院大学, 2012年12月8日一般報告 S10 配布資料.
- [7] 犬童健良 (2013). アレの背理における注目と注目の流れ. *行動経済学*, 6, 70-73.
- [8] 犬童健良 (2014a). アレの背理における反事実的注目とリスク選好の認知的安定性. *関東学園大学経済学紀要*, 39, 53-80.
- [9] 犬童健良 (2014b). リスク下の選択における認知的資源配分: 注目の枠組みの最適性. *日本認知科学会第31回大会論文集*, 864-872.
- [10] 犬童健良 (2016). 論理と確率の推論を「心の中のゲーム」としてモデル化する, *認知科学*, 23 (2), 153-169.
- [11] Kahneman, D., and Tversky, A. (1979). Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47, 263–291.
- [12] Mitola, J. (2000). *Cognitive radio—an integrated agent architecture for software defined radio*. (URL: http://web.it.kth.se/~maguire/jmitola/Mitola_Dissertation8_Integrated.pdf)
- [13] Monderer, D., and Shapley, L. S. (1996). Potential games. *Games and Economic Behavior*, 14(1), 124-143.
- [14] Tversky, A., and Kahneman, D. (1992). Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, 5 (4), 297–323.
- [15] Vind, K. (2000). von Neumann Morgenstern preferences. *Journal of Mathematical Economics*, 33(1), 109-122.
- [16] Vlaev, I., Chater, N., Stewart, N., & Brown, G. D. (2011). Does the brain calculate value?. *Trends in cognitive sciences*, 15(11), 546-554.
- [17] Wang, J., Xu, Y., Anpalagan, A., Wu, Q., & Gao, Z. (2012). Optimal distributed interference avoidance: potential game and learning. *Transactions on Emerging Telecommunications Technologies*, 23(4), 317–326.
- [18] Zangwill, W. I., & Garcia, C. B. (1981). *Pathways to Solutions, Fixed Points, and Equilibria*. Englewood Cliffs NJ: Prentice Hall.