

モンティ・ホール問題における選択変更確率の強度についての検討 An empirical study of strength of the selection bias on the Monty-Hall problem

田村 昌彦[†]

Masahiko Tamura

[†] 立命館大学

Ritsumeikan University

m-tamura@fc.ritsumei.ac.jp

Abstract

This paper reports the characteristic of the human selection behaves under uncertain circumstance. In the experiment, participants conducted the Monty-Hall problems which were controlled the rewards and number of doors. The analysis using nonlinear regression revealed that the worth of the door which was already selected was equal to twice the door which was not selected. Further more, the ratio of switched selection has upper limit.

Keywords — Monty-Hall problem, Nonlinear regression

1. はじめに

モンティ・ホール問題はアメリカのTV番組, “Let’s Make A Deal” で行われていたクイズ・ショウを発祥とした問題である。この問題は, 論理的には選択を変更することが有利な状況にあるにもかかわらず, 多くの人が選択変更をしない問題であることで知られている。このような現象は, 3囚人問題に代表されるような, 事象の確率を正しく見積もることができないために発現する現象であると考えられている (たとえば, [1])。

一方で, 我々は事象の確率を正しく見積もることができない, あるいは, 困難な場合, ヒューリスティクスを用いた確率判断を行っていることが指摘されている (たとえば, [2])。モンティ・ホール問題においても, ヒューリスティクスを用いた確率判断が行われていると考えられる。

そこで本研究では, 事象の確率を操作することで, これを確認することを第1の目的とした。さらに, 既存の選択を放棄し, 新しい選択を行うために必要な価値を実験的に同定することを第2の目的とした。これにより, 既存の選択と, 新しい選択の主観的等価点を求めることによって, 選択変更確率の強度について検

討した。

2. 方法

2.1 実験参加者

大学生 31 人 (女性 25 人, 男性 6 人) が実験に参加した。平均年齢は 19.58 歳 ($SD = 1.04$) であった。

2.2 課題

2点について, モンティ・ホール問題を改変して用いた。オリジナルのモンティ・ホール問題では, 実験参加者 (以下, 参加者) に 3 枚の扉が呈示される。3 枚の扉のうち, 1 枚の扉が当たりの扉であり, その背後に賞品 (本実験では, 賞金 10,000 円) が隠されている。参加者は, 当たりの扉がどれであるか予測し, 賞金を獲得することを要求される (1 回目の選択)。第1の変更点は, 呈示する扉の枚数を, 3 枚, 4 枚, あるいは, 5 枚のいずれかの扉を呈示するように変更した。1 回目の選択後, オリジナルのモンティ・ホール問題では, 実験者が, 残った扉から 1 枚, 確実にハズレである扉を開ける。ここで, 参加者は再度, 扉を選択することができる (2 回目の選択)。すなわち, 初めに選択した扉を継続して選択するか, 当たりと予測する扉を変更するかを選択する。なお, 本実験では, 実験者は残った扉から複数枚の確実にハズレである扉を開ける。詳細は手続きで述べる。第2の変更点は, 参加者の 2 回目の選択時に, 賞品の価値を統制した。オリジナルのモンティ・ホール問題では, 賞品の価値は固定であるが, 本実験では, 2 回目の選択時に, 扉を変更して当たりを引き当てた場合の賞金額を増額した。

2.3 要因計画

2 要因の参加者内要因計画とした。第1の要因は扉数要因であり, 参加者に呈示する扉を統制した。呈

示する扉数は、3枚、4枚、あるいは5枚のいずれかであり、3水準であった。第2の要因は賞金額要因であり、2回目の選択時において、扉を変更して当たりを当てた場合に、賞金額を増額した。増額は、0円から80,000円の間とし、8,000円ごとに設定した。したがって、賞金額は10,000円（増額なし）から、90,000円まで、8,000円ごとに増額した賞金額を設定したため、合計11水準であった。

2.4 装置

実験課題はMicrosoft Windows 7が稼働するパーソナル・コンピュータ（以下、PC）上で動くプログラムを作成して用いた。

2.5 手続き

参加者は1人ずつ1台のPCの前に座り、実験用プログラムを操作して課題に取り組んだ。課題は、実験用プログラムの操作を習得するための練習課題が1問と、33問の本番課題で構成された。1問の課題の流れは以下のとおりである。最初に参加者は、扉数要因にしたがい、PCに接続されたディスプレイ上に、3枚、4枚、あるいは5枚のいずれかの扉の絵が呈示された。参加者は、1回目の選択として、呈示された扉の中から当たりが隠されている扉を1枚予測し、選択することを求められた。当たりの扉を引き当てると、10,000円の賞金が得られることが告げられた。参加者が1回目の選択を行った後に、残った扉の中から、ハズレの扉が告げられた。参加者に告げられたハズレの扉数は、残った扉数-1枚であった。したがって、常に参加者自身が選択した扉以外に、1枚の当たりか、あるいは、ハズレかが不明の扉が残された。ここで参加者は、2回目の選択を求められた。2回目の選択では、参加者は当たりと予測する扉を、1回目に選択した扉から、残りの扉に変更することが可能であった。このとき、当たりと予測する扉を変更し、その扉が当たりであった場合、賞金額要因にしたがい、賞金額が増額されることが告げられた。

なお、課題の出題順序はランダムにされ、課題の途中で、参加者の予測について、正誤のフィードバックは行わなかった。

3. 結果と考察

事後のアンケートで、モンティ・ホール問題を事前に知っていたと回答した7人の参加者を分析対象から

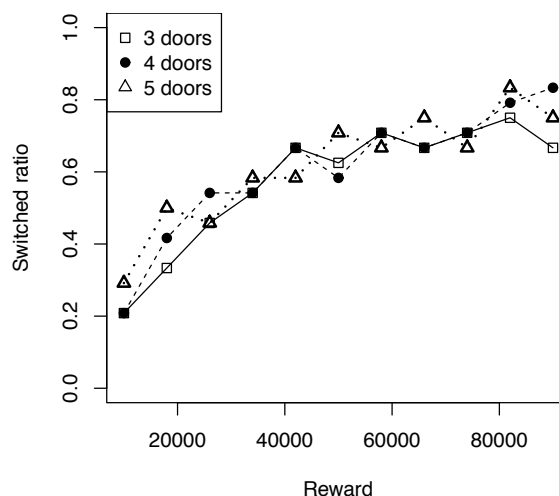


図1 扉数ごとの賞金額による選択変更率の推移。

除外し、24人の参加者を分析対象とした。扉数ごとの賞金額による選択変更率の推移を図1に示した。

賞金額の推移、および扉数が選択変更率に与える影響を検討するため、賞金額と扉数を説明変数、選択する扉を変更したか否かを目的変数として、ロジスティック回帰分析を行った。賞金額と扉数を変数として強制投入したところ、賞金額のオッズ比は1.00 ($p < .01$) で有意であったが、扉数のオッズ比は1.10 ($p = .31, ns$) で有意ではなかった。したがって、扉の選択変更には、賞金額は影響を与えるものの、扉数は影響があるとはいえないことが示された。

本研究のようなモンティ・ホール問題において、2回目の選択時に、選択する扉を変更した方が当たりを引き当て確率は上昇する。さらに、扉数の増加に伴い、変更時の当たりを引き当て確率は上昇する。ロジスティック回帰分析で、扉数の要因の効果が認められなかったことは、我々が2回目の選択より以前の情報を考慮していない可能性を示唆している。つまり、参加者は、ハズレと通知された扉の情報を利用せず、単に残された扉の数のみを考慮していたと考えられ、ヒューリスティクスを用いた方略が採用された可能性を示唆している。このことは、[2]の主張を支持する結果といえるだろう。

しかし、ロジスティック回帰分析の結果では、扉の選択変更には賞金額が影響を与えるオッズ比は1.00であり、検定結果だけでは、影響を与えることを明言しにくい。先のロジスティック回帰分析が、このような結果になった理由として、扉の選択変更率の推移に、

上限が存在する可能性が考えられる。実際、ロジスティック回帰分析の結果、得られた予測値では、モデル・フィットが良いとはいえないだろう。

そこで、非線形回帰分析を行い、複数のモデルを当てはめて検討した。検討対象としたモデルは、4パラメタ・ロジスティックモデル、4パラメタ・対数ロジスティックモデル、および、3パラメタ・対数ロジスティックモデルの3種類とした。なお、この非線形回帰分析では、賞金額要因のみを検討した。すなわち、扉数に関わらず、賞金額ごとに扉の選択変更率を算出し、その値をもとに分析を行った。これは、先のロジスティック回帰分析で、扉数要因の効果が認められなかったことに基づき、扉数要因を検討対象から除外することで、賞金額要因の検定力を高めるために行った。

分析の結果、赤池情報量規準 (AIC) をもとに、3パラメタ・対数ロジスティックモデルが、最もモデル・フィットが良いことが明らかになった。3パラメタ・対数ロジスティックモデルは以下の式 (1) で表される。

$$f(x) = \frac{d}{1 + \exp(b(\log(x) - \log(e)))} \quad (1)$$

対数ロジスティックモデルは、用量反応曲線の1種とされ、パラメタ b は反応速度 (傾き) を、パラメタ d は上限値を、パラメタ e は半数効果用量 (ED_{50}) を表す。分析の結果、 $b = -1.24$ ($p < .01$)、 $d = .89$ ($p < .01$)、 $e = 21513.49$ ($p < .01$) であった。図2に賞金額による選択変更率と予測値の推移を示した。

非線形回帰分析の結果は、本研究において、以下の2点で重要な知見を得ることができた。第1に、扉の選択変更率に上限値が存在することである。第2に、全体の半数の参加者が扉の選択変更を行うため、すなわち、自身が1回目に選択しなかった扉に変更するためには、21,513.49円の価値を必要としている点である。

非線形回帰分析の2点目で挙げた知見からは、我々が、既存の選択と、新たな選択が等価に見積もっていないことを改めて示した。このような既存の選択と、新たな選択の非対称性が存在することは、既に指摘されている (たとえば、[3])。しかし、非線形回帰分析の1点目で挙げた知見である、選択変更率の上限を含めた検討は十分に行われてきたとはいえないだろう。とりわけ、上限値は半数効果量に影響を与える。このことは、我々が選択を変更する価値を説明するポイントを予測する上で重要となる点であり、今後はこの点を検討していく必要があるだろう。

以上、本研究では、モンティ・ホール問題を用い、我々の選択行動における意思決定を検討した。その結

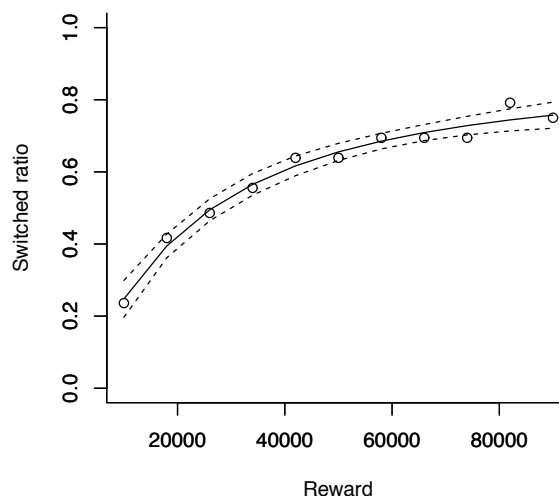


図2 賞金額による選択変更率と予測値の推移。横軸は賞金額を、縦軸は2回目の選択時に扉を変更した比率を示す。実線は3パラメタ・対数ロジスティックモデルに当てはめたときの予測推移を、破線は95%信頼区間を示す。

果、我々は、意思決定時点以前の情報を適切に使用した規範的な判断を行っておらず、ヒューリスティックを用いた判断を行っていることが示唆された。また、既存の選択を放棄するために必要な価値を測定することにより、既存の選択肢から選択を変更しない偏りの強度を算出した。更に、この際、選択肢の変更率には上限が存在することを明らかにした。

参考文献

- [1] Ichikawa, S. and Takeichi, H. (1990) "Erroneous beliefs in estimating posterior probability" *Behaviormetrika*, Vol. 27, pp. 59-73.
- [2] Craig R. Fox, Jonathan Levav, (2004) "Partition-Edit-Count: Naive extensional reasoning in judgment of conditional probability" *Journal of Experimental Psychology: General*, Vol. 133, pp. 626-642.
- [3] Tversky, A. and Kahneman, D. (1981) "The framing of decisions and the psychology of choice" *Science*, Vol. 211, pp. 453-458.