認知的関連性に関する妥当な指標について
A Simple Computation of Cognitive Relevance

松井理直[†]
Michinao F. Matsui

[†] 神戸松蔭女子学院大学
Kobe Shoin Women's University

matsui@sils.shoin.ac.jp

Abstract

For solving complex problems in our real world, it is important to seek and identify appropriate and relevant data from a huge amount of information. Relevance calculation is the starting point of every cognitive process. Therefore, relevance calculation must be satisfied with easy computation, validity, difference detection as an essential feature of cognition, and using manifest and positive information. This paper proposes one of the valid equations of relevance.

Keywords — Relevance Theory, Conditional probability, Invited inference

1. 関連性と条件付き確率

関連性理論によると、関連性の計算は認知過程の基本であり、部分情報問題の疑似解決を行うために不可欠な性質である。部分情報問題では、完全解が常に見つかるとは限らない。したがって、関連性の計算は二値的なものではなく、適切性を連続量で表現できるものであることが望ましい。

こうした性質を満たすものとして、条件付き確率 $P(x|y)$ により情報X-Y間の関連性を計算することが考えられるが、これだけでは関連性の指標として不十分と思われる。例えば、各想定が互いに独立であるなら関連性は0であると判断されるべきであるが、情報X, Yが互いに独立である場合、$P(y|x) = P(y)$, $P(x|y) = P(x)$ が成立し、条件付き確率ではその数値が0にならないからである。

2. 回帰係数に基づく関連性の定義

この問題を回避するため、否定情報 $\neg X$ を考慮した関連性計算の式(1) を考えよう。この式は回帰直線の回帰係数を求めることに等しい。

(1) 回帰的関連性：$\beta(x \Rightarrow y) = P(y|x) - P(y|\overline{x})$

ここで$\beta(x \Rightarrow y) > 0$ なら回帰的関連性が成立するため、$\dfrac{P(xy)\cdot P(\overline{xy}) - P(\overline{x}y)\cdot P(x\overline{y})}{(P(xy)+P(x\overline{y}))\cdot(P(\overline{x}y)+P(\overline{xy}))} > 0$ より、(2)の成立が関連性を満たす条件となる。

(2) 関連性の成立条件：

$$P(xy)\cdot P(\overline{xy}) - P(\overline{x}y)\cdot P(x\overline{y}) > 0$$

この関連性成立条件 (2) は逆の関連性 $\beta(y \Rightarrow x)$, 裏の関連性 $\beta(\overline{x} \Rightarrow \overline{y})$, 対偶の関連性 $\beta(\overline{y} \Rightarrow \overline{x})$ をも同時に成立させる。ただし、分母の値が異なるため、各指標の数値各値は互いに異なるものとなる。

3. 相関係数に基づく関連性の定義

回帰と同じく関連性の指標として有力なものに、相関係数がある。相関係数は回帰係数の幾何平均と等しく、$\sqrt{\beta(x \Rightarrow y)\cdot\beta(y \Rightarrow x)}$ として求められるので、次式で表現できる。

$$(3)\ \ \phi(x \Rightarrow y) = \frac{P(xy)\cdot P(\overline{xy}) - P(x\overline{y})\cdot P(\overline{x}y)}{\sqrt{P(x)\cdot P(\overline{x})\cdot P(y)\cdot P(\overline{y})}}$$

この相関係数に基づく関連性においても、これが成立する条件 $\phi(x \Rightarrow y) > 0$ は回帰的関連性の成立条件 (2) と同じである。ただし、回帰的関連性と異なり、相関係数に基づく関連性 $\phi(x \Rightarrow y)$ は逆•裏•対偶の関連性について対称性を持ち、$\phi(x \Rightarrow y) = \phi(y \Rightarrow x) = \phi(\overline{x} \Rightarrow \overline{y}) = \phi(\overline{y} \Rightarrow \overline{x})$ を満たす。

4. DHモデル

現実の認知過程における問題として、否定想定 ¬X を十全に探索することが困難であることが挙げられる (フレーム問題とも関係する)。関連性の計算においても同様である。むしろ、関連性の程度に依存して否定状況を探索するか否かが決まるのであり、否定状況の探索を経た後に関連性計算が行われるのではない。この点で $\beta(x \Rightarrow y)$ や $\phi(x \Rightarrow y)$ の計算では、否定状況の確率値が常に必要であり、簡易な関連性計算の条件を満たしているとは言えない。この問題を解決している指標として、Hattori (2003) によるDHモデル (dual-factor heuristics model) を挙げることができる。これは (3)における$P(\overline{xy})$ の確率を1に漸近させることで得られるもので、情報Xと情報Yの因果関係を表す有力な指標である。

$$(4)\ \ H(x{\rightarrow}y) = \sqrt{P(y|x)\cdot P(x|y)}$$

この指標では、逆の指標について等価性 $H(x{\rightarrow}y) = H(y{\rightarrow}x)$ が成立するが、裏と対偶の指標は異なった値を取る。DHモデルの指標はいくつ

かのメリットを持つ。まず、我々がものごとの関係や条件文を理解する際、しばしば双条件的に解釈することが多いが、DHモデルはこの性質をうまく表している。また、否定情報 $\neg$X, $\neg$Y に関わる状況を探索する必要がないのも大きな利点である。

しかし、DHモデルの指標にも問題がないとはいえない。まず、この指標では、逆の関連性に関して常に等価なものとなるが、数理論理はもちろん、日常推論においても逆の推論が常に成立するとは限らない。また、因果性がある (関連性がある) と判断される条件が、「XかつY」の確率値にのみ依存している点も問題である。前述したように、Xが満たされた条件下でYが成立したとしても、即、XとYの間に関連性があるとはいえない。望ましいのは、逆・裏・対偶について非対称性を持ち、かつ否定情報を用いない計算である。

5. 差分に基づく関連性

5.1 差分関連性指標の定義

人間の認識は対象を絶対的に捉えるのではなく、何らかの「変化」に基づいて行われる。この性質を満たす最も単純な式は以下のようなものである。

(5) 差分関連性指標：$P(x \Rightarrow y) = P(y|x) - P(y)$

この差分関連性は前項で議論した問題を回避できる指標でもある。まず $P(y|x)$ が直接認識されるとすれば、否定情報を探索することなく関連性の数値を求めることができる。また、$P(x \Rightarrow y) > 0$となる条件も、(6)に示す通り、回帰的関連性および相関に基づく関連性が満たす性質である(2) と同一であることが分かる。

$$
\begin{aligned}
(6) \quad P(x \Rightarrow y) &= P(y|x) - P(y) \\
&= \frac{P(xy)}{P(xy) + P(x\overline{y})} - P(y) \\
&= \frac{P(xy) \cdot P(\overline{xy}) - P(x\overline{y}) \cdot P(\overline{x}y)}{P(xy) + P(x\overline{y})}
\end{aligned}
$$

差分関連性成立の条件が (2) であることから、差分関連性は他の指標計算の基礎になり得るという魅力を持つ。例えば、回帰的関連性については、$\beta(x \Rightarrow y) = \dfrac{P(x \Rightarrow y)}{P(\overline{x})}$ が成立する。この関係式は、$P(\overline{x}) = 1 - P(x)$ より、$\beta(x \Rightarrow y) = \dfrac{P(x \Rightarrow y)}{1 - P(x)}$ と変形できるので、関連性計算式 $P(x \Rightarrow y)$ が分かれば、否定情報を「明示的」に探索することなく、回帰係数に基づく関連性の値を求めることができる。同様に、$P(x \Rightarrow y)$ から相関係数に基づく関連性も求めることができる。すなわち、$\phi(x \Rightarrow y) = \sqrt{\dfrac{P(x \Rightarrow y)}{1 - P(x)} \cdot \dfrac{P(y \Rightarrow x)}{1 - P(y)}}$ が成立する。相関係数に基づく関連性から、$P(\overline{xy})$ の極値を取ることで、DHモデルの指標も求められる。こうした性質は、差分関連性が最もprimitiveな関連性指標として有効なものであることを示唆している。

差分関連性の計算では、独立性の問題もクリアできる。すなわち、差分関連性が成立する条件 $P(x \Rightarrow y) > 0$ より、$P(y|x) - P(y) > 0$, すなわち $P(y|x) > P(y)$ が成立する。ここで、$P(y|x) = \dfrac{P(xy)}{P(x)}$ より、$P(xy) > P(x) \cdot P(y)$ が成立する (情報Xと情報Yが独立である場合に $P(xy) = P(x) \cdot P(y)$ が成立することと対照されたい)。

また、差分関連性指標では、$P(x \Rightarrow y) > 0$ なら、(2) より逆・裏・対偶の差分関連性も成立するが、各数値は異なったものとなるため、誘導推論は起こるものの、各誘導推論の非対称性は保たれる点にも注意されたい。

5.2 差分関連性指標の効果と問題点

差分関連性指標は、反事実条件文やWason選択問題の過程も説明できる。例えば、反事実条件文で前件Xの偽が明確 ($P(x) = 0$, つまり$P(xy) = 0$ かつ $P(x\overline{y}) = 0$) である時、$P(y|x)$ は「計算可能」であり、その答は不定となる (0による除算は基本的に不能だが、0÷0の時は不定である)。ここで差分関連性が常に正の値となるためには、$P(y) = 0$ でなければならない。したがって、$P(\overline{x}y) = 0$ も成立し、この結果「$\neg$Xかつ$\neg$Yのみが現実で成立している (すなわち$P(\overline{xy}) = 1$)」ことが導出される。

しかし、差分関連性指標にも問題はある。式(5)において$P(y)$ の確率値が高ければ、関連性の程度は常に低いものとなってしまう。したがって、いわゆる“rarity assumtion”が必要となる。なお、回帰的関連性の計算ではこの問題は起こらない。この点に関しては、稿を改めて議論をしてみたい。

謝辞 初期原稿において、2名の匿名査読者の方から貴重な意見を頂き、深く感謝いたします。なお、本研究は、科学研究費補助金・基盤研究(C)「計算論的関連性理論に基づく条件文理解過程の理論的・実証的研究」(研究代表者：松井理直、課題番号 17500176)を受けました。

参考文献

Hattori, Masashi (2003). Adaptive Heuristics of Covariation Detection: A Model of Causal Induction. *Proceedings of the 4th ICCS/ASCS 2003*, **1**, 163–168.