

# 確率加重関数の起源: 二重過程理論・言語統計的アプローチからの分析

中村 國則

knaka@ky.hum.titech.ac.jp

(日本学術振興会/東京工業大学大学院社会理工学研究科)

プロスペクト理論は価値関数と確率加重関数という2つの関数を仮定することによって、不確実状況下の様々な意思決定のアンノーマリーを体系的に説明することを試みたものである。具体的にプロスペクト理論では、価値については利得領域で凸、損失領域で凹になり、かつ損失領域の方が急勾配を示す価値関数を、確率については低確率を過大評価、高確率を過小評価する確率加重関数を仮定し、様々な期待効用理論からの逸脱を説明してきた。しかしながら、プロスペクト理論はなぜそれらの関数がよく当てはまるのかを説明するものではない。本研究の目的は、確率加重関数に注目し、確率加重関数がなぜ逆S字型の曲線を描くのかを理論的に考察するものである。この考察の中で、確率加重関数は規範的な確率計算と直感的な確率に対する知覚の双方から成り立つと解釈された。さらに確率に対する直感的な知覚は、日常生活の確率情報のサンプリングに基づくものであり、さらにその確率情報は数学的な情報量に従って生起していると推測された。

**Keyword:** プロスペクト理論, 確率加重関数, サンプリングによる決定, 二重過程理論

## 背景と目的

リスク状況で人間はどう振舞うべきか、そして実際にどう振舞っているかは古くから多くの関心と呼んできた問題である。そこではある選択肢の望ましさを、選択肢の効用とその確率による線形加重和とである期待効用として定義する期待効用理論が、不確実状況下の意思決定を表現する有効な枠組みとして考えられてきた。しかしながらリスク状況下の人間の決定が期待効用理論の予測から逸脱することは古くから知られており(Allais, 1951; Ellsberg, 1969), 人間行動の記述理論としての期待効用理論の不適切さをしめす根拠としてしばしば言及されてきた。

そのような背景の下、プロスペクト理論(prospect theory; Kahneman & Tversky, 1979; Tversky & Kahneman, 1992)は、期待効用理論に代わる意思決定の記述モデルとして提案されたものであり、今日に至るまで意思決定研究に大きな影響を与えているものである。この理論は意思決定行動におけるアンノーマリーを、価値については利得領域で凸、損失領域で凹になり、かつ損失領域の方が急勾配を示す価値関数(value function), 確率については低確率を過大評価、高確率を過小評価する確率加重関数(probability weighting function)を仮定することにより、様々な期待効用理論からの逸脱を説明することに成功してきた。具体的にプロスペクト理論は、ある金額  $x$  が確率  $p$  で得られる場合、その賭けの価値  $V(x, p)$  を以下の式で定式化する;

$$V(x, p) = v(x)w(p) \quad (1)$$

ここで、 $v(x)$  が金額  $x$  に関する価値関数であり、 $w(p)$  が確率に付与される確率加重関数である。このうち、価値関数は、以

下のものが最も典型的なものとして考えられている;

$$v(x) = \begin{cases} x^\alpha & x \geq 0 \\ -\lambda(-x)^\beta & x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

ただし  $\alpha, \beta \in (0, 1)$ ,  $\lambda > 1$  である。

さて、このプロスペクト理論の中でもう1つ重要であるのが確率加重関数である。この確率加重関数とは、確率値を決定に対する加重に変換する関数である。確率値から確率加重を導く式はこれまで様々なものが提案されており、どの式もデータに対してよい当てはまりを示している。では確率加重に対し、そのような関数が良い当てはまりを示すのは何故だろうか。本研究の目的は、先行研究の知見を整理することによってこの点を理論的に考察することである。

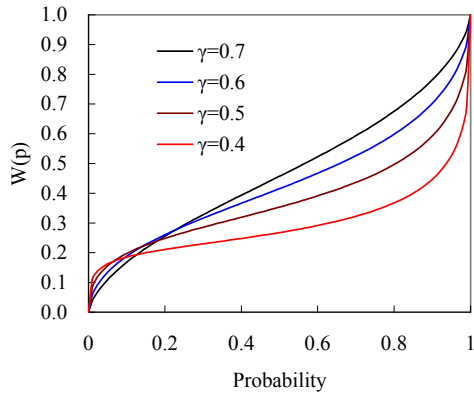
## 様々な確率加重関数と共通する特徴

これまで様々な研究者が、確率値を決定に対する重み付けへと変換する確率加重関数を提案してきた(Prelec, 1998; Rieger & Wang, 2008; Tversky & Kahneman, 1992)。また、特定の関数を仮定することなく個々の確率値に対応する確率加重を推定するノンパラメトリックなアプローチも試みられてきている(Abdelaloi, 2000; Bleichrodt & Pinto, 2000; Gonzalez & Wu, 1999)。その主要なものとして、Tversky & Kahneman (1992),

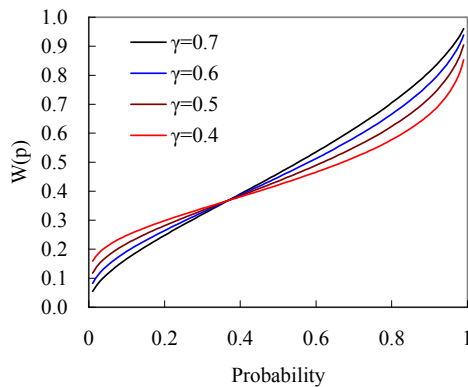
$$w(p) = \frac{p^\gamma}{(p^\gamma + (1-p)^\gamma)^{\frac{1}{\gamma}}} \quad (3)$$

あるいは、Prelec (1998),

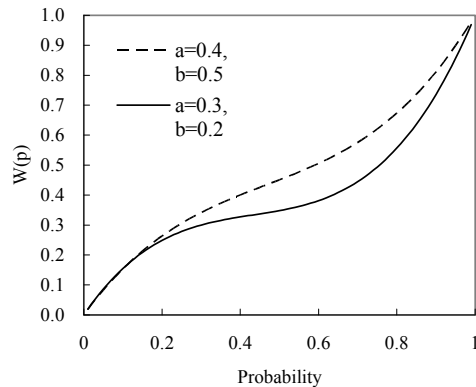
$$w(p) = \exp(-(-\ln(p))^\gamma) \quad (4)$$



(a)



(b)



(c)

Figure 1 代表的な確率加重関数:(a)が Tversky & Kahenam (1992), (b)が Prelec (1998), (c)が Rieger & Wang (2006)で提案されたものを表す。

また、近年のものでは Rieger & Wang (2006),

$$w(p) = \frac{3-3b}{a^2-a+1} (p^3 - (a+1)p^2 + ap) + p \quad (5)$$

といったものがある。これらの関数を Figure 1 にプロットして示してある。Figure 1 をみるとわかるように、これらの関数は

それぞれやや異なったカーブを描くものの、以下に示す点で共通した性質を有している。

**低確率の過大評価・高確率の過小評価** Figure 1 で共通しているのは、確率加重が確率値に対して非線形であり、確率値が低い場合には相対的に確率値よりも高い確率加重を導き、確率値が高い場合には相対的に低い確率加重を導いていることである。このような傾向は低確率を過大評価・高確率の過小評価していることを意味しており、これまで提唱された様々な確率加重関数がこの傾向を記述している (Prelec, 1998; Tversky & Kahneman, 1992) .

**感度の減少** Figure 1 をみると、確率加重の変化勾配が両端、つまり確率値が0もしくは1の付近で急になり、中程度の確率値では変化勾配が平坦になることである。このようなパターンは、0もしくは1 付近の確率値の差には敏感になる反面、中程度の確率値の変動には鈍感になることを意味している。このような確率値の差の感覚は、感度の減少 (diminishing sensitivity; Gonzalez & Wu, 1999; Tversky & Kahneman, 1992) と呼ばれている。

**線形関数との交点** 確率値と確率加重値は常に異なるわけではなく、ある確率値で確率加重関数は確率値の一次関数と交差する。確率加重関数は、確率値が 0.4 前後で線形関数と交叉する事が経験的に知られている (Tversky & Kahneman, 1992) .

**利得領域と損失領域の相違** 確率加重関数はあくまで確率値を決定や選択への加重値として変換する関数であり、適用できる決定状況は様々なものが考えられる。特に従来の研究では、一定の確率の元で利益を得ることのできる利得状況と、一定の確率で損失をこうむる可能性のある損失状況の2つで、確率加重関数のパラメーター推定値が異なり、損失状況の方が一次関数に近い形状の確率加重関数が得られることが知られている (Abdellaoui, 2000; Tversky & Kahneman, 1992).

## 確率加重関数の起源に対する説明

このように、確率加重関数は確率値の非線形関数であり、それ以外にも様々な特徴が知られている。では、このような非線形関数の起源はどこにあるのだろうか。どのような認知プロセスを経て、このような確率値に対する主観的評価が構成されるのだろうか。以下に、この点に対する主要な先行研究の説明を述べる。

### サンプリングに基づく決定

確率加重関数の起源に対する有力なアプローチの1つは、日常場面における確率情報コミュニケーションに注目するものである。このアプローチの主な理論的基盤は、“サンプルに基づく決定” (decision by sampling; 以下DbS, Stewart, Chater, & Brown, 2006) と呼ばれるものである。DbS では、人

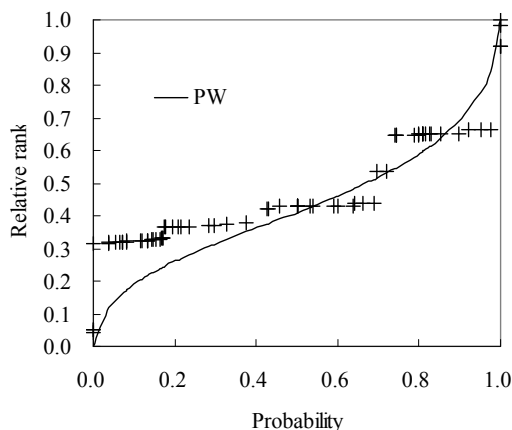


Figure 2 the British National Corpus から作成した確率加重関数: グラフ内の曲線はデータに対して当てはめた Tversky & Kahneman (1992) 式の確率加重関数

間のある刺激に対する主観的評価は、序数的(ordinal)な刺激間の比較と、記憶頻度の累積から構成されると仮定する。言い換えれば、この枠組みの下では、評価対象となる刺激が評価者の記憶の中で関連する刺激と比較して何回“より大きい”と判断されたかによって、その刺激の主観的評価が決まることになる。さらに DbS では、評価者の記憶内での刺激のサンプルは、実世界における刺激の出現分布を反映すると仮定する。ある刺激の出現頻度が多いほどより下位の刺激との比較が多く行われたことになり、その刺激の主観的な評価は相対的に高くなると予測するのである。

このようなアプローチに基づき、彼らは確率加重関数の起源を日常生活の中の不確実性コミュニケーションに求めた。彼らは、日常生活の中で用いられる確率値を表す情報の生起頻度が記憶痕跡に対応すると仮定し、生起頻度から構成される主観的強度が確率値とどのような関係を有するのかを検討した。具体的に彼らは、British National Corpus の中で“possible”, “uncertain”といった不確実性を表す 71 の表現の出現頻度をカウントし、20 名の被験者にそれら 71 の表現が指し示す確率を評定させ、表現の相対順位と評定確率との関連を調べた(Figure 2)。Figure 2 が指し示すように、出現頻度から計算された相対順位は評定確率に対して逆S字カーブを描いており、確率加重関数に類似した関数型を示している。実際、相対順位に対して Tversky & Kahneman (1992) タイプの確率加重関数を当てはめた結果、決定係数は 0.92 であり、また推定されたパラメーターは 0.59 と先行研究で得られている推定値に近い値であった(Stewart et al, 2006)。

### 計算による評価と感覚による評価

もう 1 つの有力なアプローチは、確率加重関数の起源を 2

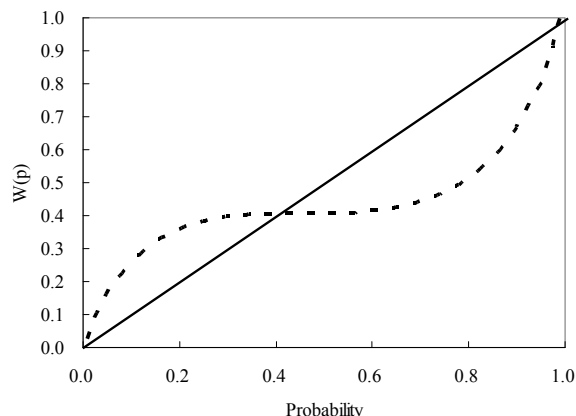


Figure 3 計算に基づく評価と感覚に基づく評価: 図中の実線は計算に基づく評価, 点線は感覚に基づく評価を表す。

つの認知プロセスの合成としてとらえるものである。Rottenstreich (2004) は、様々な主観的評価は“計算に基づく評価”(valuation by calculation)と“感覚に基づく評価”(valuation by feeling)の双方から成立すると主張し、確率加重関数の形状はその 2 つのプロセスの影響によると説明した。彼らによれば、前者は規範的な規則の運用に基づいて刺激の強さの程度を客観的に反映するのに対し後者は、ある刺激・属性が存在するかどうかといった質的な側面に注目して評価を導く。そして最終的な刺激に対する評価は、これら 2 つの評価の双方を合成したものとなる。

以上の説明を、確率値の評価にあてはめたものが Figure 3 である。確率値を評価する場合、計算に基づく評価は規範的規則の運用に基づくため、確率値の評価は客観確率の値に従う(図中の太い線)。それに対し感覚に基づく評価の場合、刺激や対象の有無に敏感であるため、ある事象の生起を直接的に示す 0%, あるいは 100% 付近の箇所の変化に敏感になるものの、それ以外の値の変化については比較的鈍感になり(図中の点線)、関数の形状としてはステップ関数に近いものとなる。そして最終的な確率値に対する主観的評価はこれら 2 つのプロセスの合成となり、1 次関数とステップ関数の中間のような関数形を描くため、確率加重関数のような形の関数形が得られることになる。

### 先行研究の説明に対する評価

上で示した先行研究の説明はいずれも確率加重関数の形状について整合的であり、かつ興味深い理論的示唆を与えているといえる。まず Stewart et al. (2006) については、主観的評価を構成する単純なプロセスを特定した上で、確率値に対する人間の主観的感覚の起源を、日常生活の中の不確実情報コミュニケーションに求めている点が興味深い。一方、Hsee & Rottenstreich (2004) のアプローチも、確率加重関数を 2 つの異なるプロセスから説明する点が興味深い

といえよう。

もう1つ重要なのは, Stewart et al. (2006)の DbS を, Hsee & Rottenstreich(2004)における感覚による評価と対応付けられれば, 両者のアプローチは自然に両立する点である. すなわち, Stewart et al. (2006)は, DbS 以外のプロセスが確率加重関数に寄与していることを否定するものではない. また, Hsee & Rottenstreich (2004)は自らの説明の論拠を, 人間の思考過程をルールベースの処理と, 感情的・連合的な処理の2つの処理に基づいているとする二重過程理論(e. g., Epstein, 1994)に求め, 前者を計算に基づく評価, 後者を感覚に基づく評価に対応付けている. 二重過程理論の中では, 連合的な処理は文脈情報や経験的な情報に準拠して決定を導く仮定であるとされており(e g., Evans & Over, 1996), その点では日常生活の不確実性コミュニケーションに基づいて確率に対する主観的評価が構成されると予測することは二重過程理論の枠組みには極めて整合的である.

もし仮に, DbS が Hsee & Rottenstreich (2004)の提案する“感覚による評価”に対応付けられるとすると, 大きな問題となってくるのは, 日常環境がなぜ, 逆S字曲線を生み出すような形で情報を与えるのかという点であろう. 本研究では以下に, 確率値の持つ情報量という観点から, この点に対する説明を試みる. そこでは, 日常生活の中で確率が, その値が持つ情報量に従って生起し, かつ人が DbS によって確率値の主観的評価を導いていると考えると, 逆S字型の曲線が得られることが導かれる.

## 確率加重関数と情報量

### 確率値と情報

Keren & Teigen (2001)は, 人が確率値を全て情報として等しい価値を有していると考えているわけではなく, 情報として価値の高い確率値と価値の低い確率値があると考えていることを実験的に示した. 彼らは被験者に対して2つの数値的確率を提示し, どちらが情報として有益(informative), あるいは価値があるか(valuable)を判断させた. その結果, 彼らは人がより0か100に近い, より極端な確率の方が, そして低いよりは高い確率の方がより情報として価値があるとみなす傾向があることを見出した. 直観的にみれば, Keren & Teigen (2001)は普通の人々が確率に対してある種の素朴理論を有していることを示していると解釈できる. 確率とは物事の不確実さを記述するものである. ある出来事が未来に生じる確からしさの度合いを数値によって表現し, どのような値であれ, 確率という数値によって世界の状態を知ることができる. つまり, 確率という情報で大事なものはその値がどの程度であるかだけであり, 値そのものの高低には情報としての有益さの差は無い筈である. このような観点からすれば, Keren & Teigen (2001)で見出された確率値に対する嗜好は, 本質的には等価のはずの確率値に対して奇妙な価値

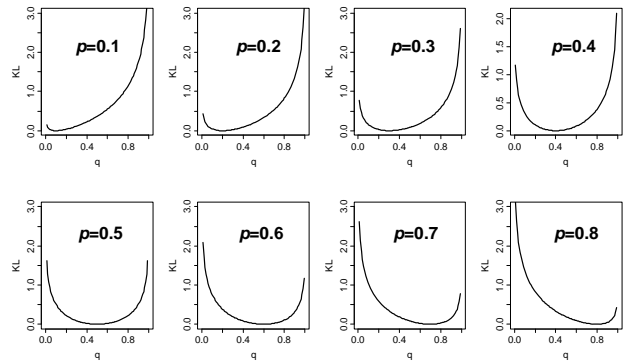


Figure 4. KL 情報量と理論確率, 観測確率: 図中の  $p$  の値は, 個々の図における理論確率を表す.

付けをしているように見える.

ここで, 情報としての価値とはどのような観点から評価できるのかを考えてみよう. 1つの指標として, 数学的な情報量(Shannon, 1948)を考えることができる. 数学的な情報量は一般的に, 情報の受け手が事前知識として有していた確率分布と, 実際に測定された確率分布との距離として表現される. その指標の1つとしてカルバック・ライブラ情報量(Kullback & Leibler, 1951;以下 KL 情報量)をあげることができる. KL 情報量は二項事象の場合,

$$D(P \parallel Q) = p \log \frac{p}{q} + (1-p) \log \frac{1-p}{1-q} \quad (4)$$

で表される. ここで  $P$  と  $Q$  は確率分布,  $p$  と  $q$  はそれぞれの確率分布が予測する事象の生起確率,  $n$  は事象数を表す. この KL 情報量をプロットしたものを Figure 4 に示す. Figure 4 をみると, 事象の起こりやすさに対して事前に低い生起確率を見積もっている場合(図の上側のグラフ), 情報量は実際に情報として得られた生起確率に対してJ字型の関数を描き, 逆に事前に高い生起確率を見積もっている場合は逆J字型の関数を描くことがみてとれる.

中村(2008)は, Keren & Teigen (2001)が見出した知見が, 稀少性仮定の下での情報量の評価に対応することを見出した. 稀少性仮定とは, 人が“ $p$ ならば $q$ である”といった条件文を解釈する時に, この条件文に含まれる  $p$  と  $q$  が満たされている確率が低いとみなしているというものである(Oaksford & Chater, 1994). この仮定は人間が思考・意思決定を行う様々な局面で成立していると考えられ, この仮定によって仮説検証(Klayman & Ha, 1987; Oaksford & Chater, 1994), 因果帰納(McKenzie & Mikelsen, 2007)などの思考・推論にまつわる諸現象を説明することが可能となることが知られている.

稀少性仮定を確率値の情報の側面に当てはめるならば, 被験者は何か物事の起こりやすさを予測するとき, 予測の対象となっている物事の起こりやすさは低いと暗に仮定し, その仮定に基づいて与えられた確率情報の有益さを判断していることになる. もしこの仮定が当てはまるのであれば, 低い確率を指し示す情報が与えられれば, 事前の自分の仮定

に合致するため情報量が低いと判断するのに対し、高い確率を指し示す情報が与えられれば事前の仮定に反するため、逆に情報としての価値が高いと判断する。このようなパターンは、まさしく Keren & Teigen (2001)で見出された極端な確率・及び高い確率への選好と一致するものといえる。中村(2008)は、幾つかの実証的検討を通じて以上の説明に対する支持的な証拠を得ている。

### 情報量に基づく DbS

中村の知見は、確率の情動的側面に対する人間の理解がある種の規範的な法則に従っていることを示している。ここで1つ興味深いのは、言語確率表現の出現頻度の分布である。Stewart et al. (2006)のデータをみると、言語確率表現の出現頻度は全ての確率値で一様ではなく、0%かもしくは100%を表すものの非常に出現頻度が高く、両者だけで全出現頻度中の約60%を占めている(Figure 5)。

このようなパターンは、言語確率の出現頻度が、確率値の持つ情報量に従って出現している可能性を示唆している。Figure 4をみると分かるように、確率値の情報量は事前確率がどのような場合であれ0%、あるいは100%に近づくほど高くなる傾向を示している。つまり、言語確率表現は日常生活の中で、その表現が示す確率値の有する情報量に従う形で出現していると考えられるのである。

ここで、言語確率の出現頻度が情報量に従い、その出現頻度に基づいて DbS が行われていると仮定した場合の、確率値と DbS に基づいて構成された主観的評価との関係を Figure 6 に示す。ここでは稀少性仮定に基づき、事前確率を0.4として情報量を計算してある。これをみると、低確率の過大評価・高確率の過小評価、及び感度の減少を表現しており、いわゆる逆S字型の曲線になっていることがみてとれる。

ただし Figure 6 の曲線の形状は、従来の確率加重関数と比較してステップ関数に近い形状といえる。しかしながら

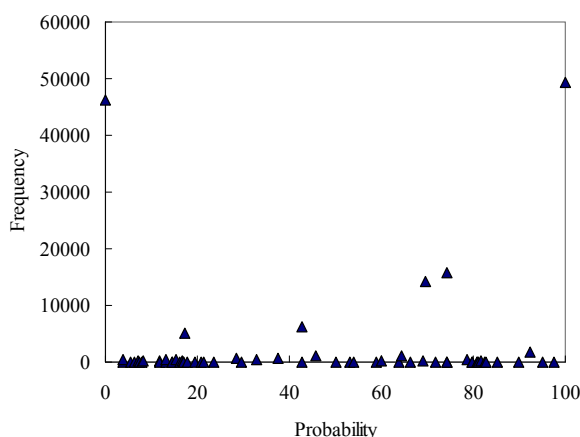


Figure 4. Stewart et al (2006)における言語確率表現の確率値と出現頻度の関係

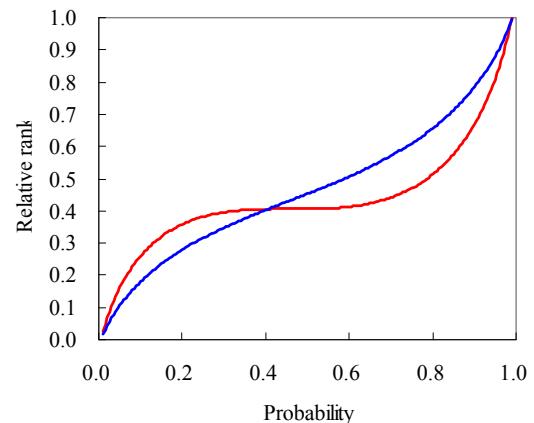


Figure 6. 情報量に基づく DbS の結果: 図中の赤線が DbS のみの影響を仮定した確率加重値, 青線が DbS に加えて”計算による評価”の影響を仮定した確率加重値。

本研究では、”計算による評価”からの影響があると仮定しており、”計算による評価”からの影響をモデル化すれば実際の確率加重関数はより一次線形関数に近づき、従来の確率加重関数により似た形になる(Figure 6 の青線)。さらにもう1つ興味深いのは、曲線と対角線が、確率値が50%よりも低い場所で交わっていることである。これは、稀少性仮定を採用しているため、情報量の上がり方が低確率よりは高確率の方で大きいことによる。

以上をまとめると、DbS が確率値の情報量に従って行われた場合、ステップ関数に近い形状の逆S字曲線が確率加重値として得られ、さらに”計算による評価”の影響をモデル化すると、従来提案されてきた確率加重関数に近い形状の曲線が導かれることが明らかになった。すなわち以上の議論は、確率値に対する人間の主観的評価は、規範的な確率値の計算と、日常生活の中で与えられる確率情報のサンプリングの双方に基づいて構成されることを示すものである。

以上の説明は、損失領域と利得領域での確率加重関数の形状の違いという知見とも整合的である。Denes-Raj & Epstein (1994)は、統制的処理と連合的処理が、利得領域と損失領域で異なった影響を意思決定に対して与えていることを実験的に示した。具体的に彼らは、比率バイアス(ratio bias; Denes-Raj & Epstein, 1994)と呼ばれる確率判断の現象が、損失場面よりも利得場面の方で多くみられることを報告しており、規則的処理は損失場面の方で強く機能すると主張している。規則的処理の影響が利得場面よりも損失場面の方で強く表れるとするならば、損失場面における確率加重関数が線形関数に近くなることは自然といえる。このように、本研究で提案した説明は領域の相違による確率加重関数の形状の変化という減少に対しても適用可能であり、広い応用範囲を有していると評価できる。

## 本研究のまとめ

本研究の目的は、確率加重関数をめぐる先行研究の知見を整理し、それがなぜ逆 S 字型の曲線になるのかを理論的に考察することであった。本研究の結論をまとめると、

1. 確率加重関数は、規則的な処理に基づく確率値の計算と、連合的な処理に基づく、日常場面での確率情報の蓄積からの影響の 2 つに基づく、このうち、感覚的な評価には Stewart et al. (2006) の提案する DbS を対応づけることができる、
2. 日常生活の確率情報の生起は、その確率値がもつ情報量に従っており、そのように生起する確率値の頻度情報を DbS の仮定するようなプロセスに基づいて主観的な評価を構成すると、確率加重関数の仮定する逆 S 字曲線が得られる、
3. 利得領域と損失領域間での確率加重関数の形状の相違は規則的処理の影響度の違いによる、先行研究のパターンは二重過程理論の知見とも整合的である、

の 3 点になる。無論、上の 3 点は現時点では理論的予測の域を出ず、更なる実証的検討が望まれる。特に今後の大きな課題として、“計算による評価”と“感覚による評価”の 2 つのプロセスの実験的検討、及び言語統計データと確率加重関数とのより厳密な検討の 2 点をあげることができよう。

### 謝辞

本研究は日本学術振興会特別研究員奨励費(課題番号 5491) からの援助を受けた。

## 引用文献

- Abdeliaois, M. (2000). Parameter-free elicitation of utility and probability weighting functions. *Management Science*, **46**, 1497-1512.
- Allais, M. (1953). "Le Comportement de l'Homme Rationnel devant le Risque, Critique des Postulats et Axiomes de l'Ecole Americaine," *Econometrica*, **21** 503-546.
- Bleichrodt, H, & Pinto, J. L. (2000). A parameter-free elicitation of the probability weighting function in medical decision analysis. *Management Science*, **46**, 1485-1496.
- Denes-Rajji, V., & Epstein, S. (1994). Conflict between intuitive and rational processing: When people behave against their better judgment. *Journal of Personality and Social Psychology*, **66**, 819-829.
- Ellsberg, D. (1961). Risk, ambiguity, and the savage axioms. *Quarterly Journal of Economics*, **75**, 643-699.
- Epstein, S. (1994). Integration of the cognitive and the psychodynamic unconscious. *American Psychologist*, **49**, 709-724.
- Evans, J. St. B. T., & Over, D. E. (1996). *Rationality and reasoning*. Hove, UK: Psychology Press.
- Gonzalez, R., & Wu, G. (1999). On the shape of the probability weighting function. *Cognitive Psychology*, **38**, 129-166.
- Hsee, C. K., & Rottenstreich, Y. (2004). Music, pandas, and muggers: On the affective psychology of values. *Journal of Experimental Psychology: General*, **133**, 23-30.
- Kahneman, D, & Tversky, A. (1979): "Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk," *Econometrica*, **47**, 263-291.
- Keren, G., & Teigen, K. H. (2001). Why is  $p = .90$  better than  $p = .70$ ? Preference for definitive predictions by lay consumers of probability judgments. *Psychonomic Bulletin and Review*, **8**, 191-201.
- Klayman, J., & Ha, Y.-W. (1987). Confirmation, disconfirmation, and information in hypothesis testing. *Psychological Review*, **94**, 211-228.
- Kullback, S., & Leibler, R. A., (1951) On information and sufficiency, *Annals of Mathematical Statistics*, **22**, 79-86.
- McKenzie, C. R. M., & Mikkelsen, L. A. (2007). A Bayesian view of covariation assessment. *Cognitive Psychology*, **54**, 33-61.
- Nakamura, K. (2007). Why is "Quite Certain" More Informative than "Slight Possibility"? Information Theoretic Analysis of the Informativeness of Probability Statements. *Proceedings of the Twenty-ninth Annual Conference of the Cognitive Science Society*, 521-526.
- 中村國則 (2008) "十分にありえる"方が"見込みがない"より意味があるか?: 言語確率の情報量の定量的分析とその情報理論的解釈. *認知科学*, **15**
- Oaksford, M., & Chater, N. (1994). A rational analysis of the selection task as optimal data selection. *Psychological Review*, **101**, 608-631.
- Rieger, M. O., & Wang, M. (2006). Cumulative prospect theory and the St. Petersburg paradox. *Economic Letters*, **28**, 665-679.
- Rottenstreich, Y., & Hsee, C. K. (2001). Money, kisses, and electric shocks: On the affective psychology of risk. *Psychological Science*, **12**, 185-190.
- Shannon, C.E. (1948), "A Mathematical Theory of Communication", *Bell System Technical Journal*, **27**, 379-423 & 623-656.
- Stewart, N., Chater, N., & Brwon, G. D. A. (2006). Decision by Sampling. *Cognitive Psychology*, **53**, 1-26.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1992). Advances in prospect theory: Cumulative representations of uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, **5**, 297-323.