

## 定言的三段論法推論の確率サンプリング・モデル

服部 雅史  
立命館大学文学部

定言的三段論法推論の確率サンプリング・モデルを提案する。このモデルは、確率的表象という新しいアイデアを導入することにより、従来のメンタルモデル理論と確率ヒューリスティック・モデルを統合的に発展させた全く新しいモデルである。確率的表象に基づいて論理的推論を行う過程をシミュレートする。モデルは、確率原型モデルの構成、標本メンタルモデルの構成、論理的結論の3段階から成り、結論の回答の確率分布を予測する。実験データに対して、これまでのどのモデルよりも高いフィットが得られた。パラメータ推定の結果から、三段論法推論過程における確率的表象について考察した。

**Keywords:** メンタルモデル理論 (mental models theory), 確率ヒューリスティック・モデル (probability heuristic model), 確率的表象 (probabilistic representation)

心理学における推論研究の歴史は古いが、中でも、定言的三段論法（以下では単に三段論法と呼ぶ）を用いた演繹研究は、最も古くから精力的に行われてきた。従来、演繹課題の推論結果は、論理学に基づいて分類されることが多かった。すなわち、論理学が規定する正誤に基づいて推論パフォーマンスが測定されてきた。つまり、論理は人間の演繹推論についての規範的理論であった。しかし、それと同時に、論理は記述的理論の原型でもあった。その典型的アプローチはメンタルロジック理論 (Braine & O'Brien, 1998) であるが、Stenning & Oberlander (1995) が鋭く指摘したように、心的表象を中心概念としたメンタルモデル理論 (mental models theory; MMT; Johnson-Laird, 1983; Johnson-Laird & Byrne, 1991) も命題計算形式で表記可能であり、見かけ上は論理学ほど形式的には見えないものの、真理関数の前提の上に構築されている点で違いはない。

90年代になって、環境における生態学的合理性の観点から、論理に合わないパフォーマンスも正当化できることが明らかにされてきた (Oaksford & Chater, 2007)。実際、さまざまな確率モデルが提唱され、人間の推論パフォーマンスを記述するためには確率論が極めて強力なツールとなることが示されてきた (Chater & Oaksford, 2008)。Wason 選択課題 (Wason, 1966) のような演繹課題でも、推論の際に確率的表象が使われている可能性が示唆された (Kirby, 1994; Oaksford & Chater, 1994)。さらに、純粋な演繹課題と考えられる三段論法推論の確率モデルによる説明

の成功 (Chater & Oaksford, 1999) は、このアプローチの威力を印象付けた。三段論法の確率ヒューリスティック・モデル (probability heuristic model; PHM; Chater & Oaksford, 1999) は、確率論によって正当化されるヒューリスティクスが解の導出に役に立ち、しかも、実際に人間のパフォーマンスをよく予測することを示した。

しかし、PHM は明示的に心的表象を扱っておらず、心的方略が心的表象との関連において吟味されていない点に不満が残る。その点、MMT は、心的表象に直接言及する認知科学の理論として大きな期待が寄せられてきた。ところが、三段論法推論のモデルとしては、MMT は仕様の文書化と正当化が不十分であり、予測力の点でも満足のものではない。そこで、本研究では、詳細なパフォーマンスの予測が可能な心的表象に基づく理論を提案する。このような試みは、PHM と MMT の接点を探ることになり、両理論の統合につながる可能性もある。

本研究で導入される確率的表象は、三段論法推論モデルとしては全く新しいが、思考に関する別の領域から示唆的な証拠を得ているアイデアである。Hattori & Nishida (2009) は、等確率性仮定を提唱した。これは、われわれが2つの事象の関係について考えるとき、その集合の大きさのデフォルト値をほぼ等しいと仮定することを指す。このデフォルトの仮定が課題設定と一致する場合は問題ないが、大きく異なる場合はパフォーマンスが悪くなる。課題構造を正しく認識することを可能にすると、劇的にエラーが減

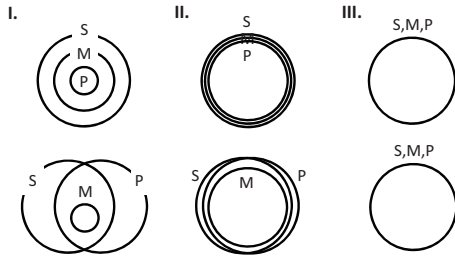


Figure 1. 三段論法 AA1 (上段) と AA3 (下段) の確率的オイラー円モデル.

少することを示した。彼らの扱った課題は確率判断課題であったが、条件的演繹 (Hattori, 2002) や因果帰納 (Hattori & Oaksford, 2007) においても同様の証拠が得られている。三段論法推論においても同様のことが起きていると考えることが可能であり、そのことにより、たとえば以下に示すように、これまでの理論では説明できなかった現象が説明できるようになる可能性がある。

All Meditators are Practitioners  
 All Sophists are Meditators  
 -----  
 ∴ All Sophists are Practitioners

いま、AA1 (後述) と呼ばれる上の三段論法を考える。ここに出てくる3個の名辞 Sophists, Mediators, Practitioners の関係は、Figure 1-I の上段に示すようなオイラー円によって表現することができる。通常のオイラー円は、円のトポロジカルな関係だけが意味を持つが、ここでは、各円の大きさが各事象の生起確率に対応するとする。等確率性仮定が示唆するように各事象の生起確率がほぼ等しくなるようにすると、I から II のように変化し、その極限は III となる。この形式 (AA1) の三段論法の場合は、I, II, III いずれの場合も同じ結論を導くことができる。実際、この形式は最も容易な三段論法の1つであり、Dickstein (1978) のデータでは、正答率は95%であった。ところが、次の形式 (AA3) の場合は様子が異なる。

All Meditators are Practitioners  
 All Meditators are Sophists  
 -----  
 ∴ Some Sophists are Practitioners

この三段論法は Figure 1-I 下段のオイラー円によって表される。しかし、等確率性を仮定すると Figure 1-III 下段のようになるため、“All Sophists are Practitioners” (論理的には誤り) という結論が導かれ

(1)	(2)	(3)	(4)
M - P	P - M	M - P	P - M
S - M	S - M	M - S	M - S
S - P	S - P	S - P	S - P

Figure 2. 三段論法の4つの格.

ることになる。実際、多くの人 (62%) がこのような結論を選択し、正答率は低い (28%)。重要なのは、MMT や PHM などの従来の理論では、両者の違いを説明できないことである。

### モデルの概要

ここでは、確率サンプリング・モデル (probability sampling model; PSM) の概要を紹介し、モデルの詳細については次節で述べる。まず、三段論法に関する用語を説明しておく。三段論法は、2個の前提と1個の結論から構成され、いずれも量量子 (quantifier) を伴う文で、次の4つの式 (mood) のうちの1つの形態をとる。これらは伝統的に A, I, E, O で表される。

- A: All X are Y
- I: Some X are Y
- E: No X are Y
- O: Some X are not Y

結論に含まれる X, Y (端名辞 end term) をそれぞれ S, P とするとき、両前提文には、結論に出現しない中名辞 (middle term) M が1つずつ含まれる。すなわち、第1前提文の X, Y は P, M または M, P に対応し、第2前提文は S, M または M, S に対応する。対応関係にそれぞれ2個の可能性があるため、名辞の位置関係は、Figure 2 に示す4個が存在することになり、これを格 (figure) とよぶ。2個の前提文にそれぞれ4種類の式があり、前提文の名辞の位置関係が4種類あるため、三段論法の前提文は64個存在することになる。これらの三段論法は、第1前提文の式、第2前提文の式、格の表す3個の記号を組み合わせると、AA1 のように表す。なお、64個の三段論法の前提のうち、論理的に妥当な (A, I, E, O の形式で表現可能な) 結論を持つのは19個である。

PSM は、三段論法の推論において、われわれは前提文が規定する論理関係を網羅的に確かめるのではなく、実際に「ありそうな」状況を想定して、事例に基づいて推論すると仮定する。そのような推論過程をシミュレートするため、次のような仮定を置く。

1. 事態に対応したモデルには、論理的关系（だけ）ではなく、確率的情報も含まれる。
2. 論理的关系は、有限少数個の個物に基づいて推論される。

通常のエイラー円表象では、集合の論理的关系だけが問題とされるので、たとえば、Figure 1 の I と II は区別されない。この点では MMT も同様であるが、MMT では「モデルの構造は命題論理のように任意ではない」（Johnson-Laird, 1980, p. 98）とされているものの、メンタルモデルは「集合の典型的なメンバーを表す任意の数の要素を導入することにより、一式の実在物を表象する」（Johnson-Laird, 1980, p. 98, 下線は筆者）ため、個物の個数は関係ない。この点で、PSM はこれまでの理論と明確に異なる。規範的には、論理的关系の記述や推論に確率情報は不要なはずであるが、そのような不要な情報が推論に影響を及ぼしているというのが、本理論の要点の 1 つである。

もう 1 つの要点は、有限少数個の個物に基づく論理关系の査定である。本理論は、クラスの表現に有限個の個物を用いるという点で MMT のアイデアを受け継いでいるが、MMT のように個物の個数に寛容ではない。われわれの作業記憶には容量的限界があるため、あまり多くの個物を同時に考えることは難しいと仮定する。

最後に、上記の 1 と 2 の仮定をスムーズに結びつけるために、無作為抽出のアイデアを導入する。具体的には、モデルが三段論法の回答を導く過程は次の 3 ステップから構成されるものとする。

1. 確率原型モデルの構成：2 つの前提文から論理的に矛盾のないよう**確率原型モデル** (probability prototype model) を構成する。
2. 標本メンタルモデルの構成：確率原型モデルに従って有限少数個のデータをランダムに発生させ、**標本メンタルモデル** (sample mental model) を構成する。
3. 論理的結論の生成：構成された標本メンタルモデルが満たす論理的关系を順次検証し、満たされたものを結論とする。

モデルの概要は Figure 3 にまとめられている。以下では、このモデルがどのように振る舞うかを具体的に説明する。たとえば、AI2 場合、前提文は次の 2 つである。

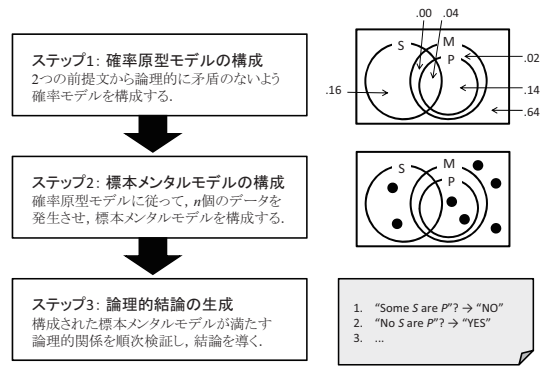


Figure 3. 三段論法の PSM の概要。AI2 の場合の例。

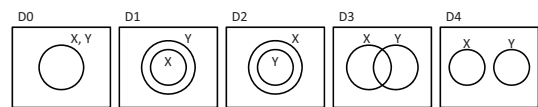


Figure 4. 2 つの集合 X と Y の論理的关系を表すエイラー円。

All P are M  
Some S are M

第 1 前提文より、P と M は Figure 4 の D1 の関係にあると仮定され、第 2 前提文より、S と M は D3 の関係にあると仮定される。実際には、第 1 前提文が規定する論理关系は、D0 の場合もあり得るが、D1 の方がより一般的であるため D1 を採用する。同様に、第 2 前提文が規定する関係は D0, D1, D2, D3 の 4 つの可能性はあるが、最も標準的な D3 を採用する。第 1 のステップでは、この両者を組み合わせる上で、各集合の確率について最小限の仮定として**条件つき独立性** (conditional independence) の仮定（後述）をし、Figure 3 のステップ 1 に示すような確率原型モデルを構成する。このモデルは、S と M と P のそれぞれの真理値の組み合わせ  $2 \times 2 \times 2 = 8$  通りの論理ステータスに対応する各領域の生起確率を定める。

第 2 のステップでは、確率原型モデルが定める論理ステータスの確率にしたがって、比較的少数個（たとえば 7 個）のデータをランダムに発生させる。これらのデータを標本メンタルモデルと呼ぶ。第 1 ステップにおける（必ずしも論理的ではない）標準的な関係の決め打ちと、第 2 ステップにおける確率的サンプリングが、「ありそうな」状況を想定した事例に

基づく推論過程を実現する。

最後に、これらの標本メンタルモデルが満たす論理関係を順次に検証して回答を決定する。最初に検証するのは「いくらかの S は P である」という関係であるが、Figure 3 に示す例では、たまたまこの関係は満たされていないため、次の「どの S も P でない」という関係を検証する。この関係は満たされているためここで検証を終え、これを結論とする。このステップにおける検証順序は、モデルの出力を大きく左右する。ここでは、できるだけ効率的に検証を行うため、PHM の最小ヒューリスティックを採り入れている。以上が、モデルの振る舞いの概要である。以下では、各ステップについて、詳しく説明する。

### モデルの詳細

PSM は、上で述べた 3 つのステップから成る。以下では、各ステップの詳細について述べる。最後に、3 つのステップを合わせたモデルの振る舞いと、実験データにフィットさせるときの仮定について述べる。

#### 確率原型モデルの構成

**オイラー円表現** 三段論法の前提文は、S と M、または P と M の 2 項関係を表す。2 つの集合 X と Y による部分集合は、 $X \cap Y, X \cap \bar{Y}, \bar{X} \cap Y, \bar{X} \cap \bar{Y}$  の 4 個あるため、論理ステータスの組み合わせは  $2^4 = 16$  種類考えられるが、ここでは、X, Y およびそれらの補集合が空集合であるような不自然な状況を除外して(田村・服部・三輪, 2010), Gergonne 関係 (Faris, 1955) と呼ばれる 5 種類の状況 (Figure 4) だけを考えることとする。

三段論法の前提文の形式は、A, I, E, O の 4 種類である。A に対応するオイラー円表現は、Figure 4 の D0 と D1 の 2 種類の場合がある。同様に、I は D0, D1, D2, D3, E は D4, O は D2, D3, D4 の場合がある。しかし、A に関して言えば、D0 は D1 の状況の特殊な場合とみなすことができる。というのも、D1 の Y の面積を仮に 1 とみなし、X の Y に対する相対的大きさを  $c$  (被覆度 coverage) として  $c$  を連続的に変化させると考えると、 $c$  は 0 から 1 までの実数 ( $0 < c < 1$ ) となるが、このとき、極限  $c \rightarrow 1$  において D1 は D0 に一致することから、D0 は D1 の特殊な場合と考えることができる。よって、A を「標準的」に表現する状況は D1 とみなすことができる。標準的とは、命題に関する部分集合の確率 (部分集合に属する事例の生起確率) に関して、最も制約が

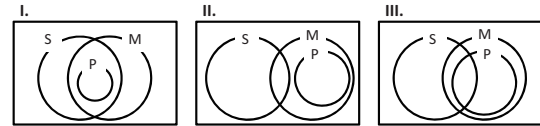


Figure 5. 三段論法 AI2 の第 1 前提文を Figure 4 の D1, 第 2 前提文を D3 としたとき、その組み合わせから考えられる 3 つのオイラー円表現。

少ないことを指す。同様にして、I については D3 を標準的状況とみなすことができる。O については、2 つの集合が独立である状況 (D3) が最も制約が緩いので、D3 を標準的状況とみなすことにする。以上により、前提文 A, I, E, O のオイラー円表現は、D1, D3, D4, D3 となる。以上のアイデアは、論理的制約を最小にする (独立性を最大限にする) という観点に基づくが、Stenning & Oberlander (1995) の最大モデル (maximal models) に基づく分類結果と一致する。

こうして各前提文に対して 1 つのオイラー円表現が定まると、2 つの前提文を組み合わせたオイラー円表現も定まる。ただし、組み合わせの際に、やはり複数の表現が可能になる場合がある。その場合は、最も標準的な表現を採用することとする。たとえば、Figure 5 に示すように、AI2 の三段論法の場合、第 1 前提文を D1, 第 2 前提文を D3 とすると、その組み合わせのオイラー円は 3 つ考えられる。このうち、M の条件つきで S と P の間に独立を仮定できる Figure 5-III が最も標準的と考えられるため、このオイラー円モデルを採用する。すなわち、第 1 前提文から  $P(M|P) = 1$ , 第 2 前提文から  $P(S, M) > 0$  となるが、端名辞の間には中名辞の条件つき独立関係 (Pearl, 1988),  $P(S, P|M) = P(S|M)P(P|M)$  を仮定する。こうして構成されたすべての三段論法のオイラー円モデルを Figure 6 に示す。

**確率値の付与** 3 つの集合 S, M, P で定められる部分集合は、 $2^3 = 8$  個ある (Figure 6 の中に 1 から 8 の数字がつけられている) が、これらの部分集合に確率値を割り当てる。基本方針としては、前提で言明されている論理関係に矛盾しない限り、S, M, P は同じ確率 (=  $x$ ) とし、また、できるだけ互いに独立とする。まず、S, M, P の確率を決める。中名辞 M の確率  $P(M)$  をパラメータ  $x$  とする。すなわち、

$$x = P(M). \quad (1)$$

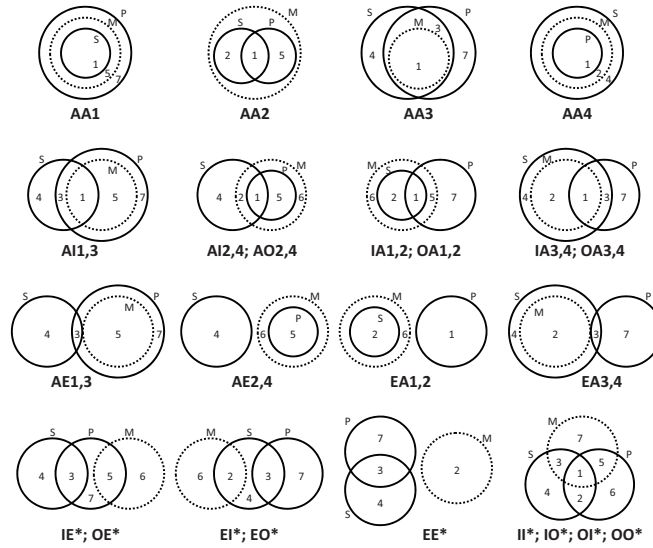


Figure 6. 各三段論法の確率原型モデルのオイラー円表現。アスタリスクはすべての格に相当し、たとえば、IE\*はIE1,2,3,4を表す。図中のS, M, Pは三段論法の名辞を表し、数字は論理的ステータスに対応する（たとえば、1は $S \cap M \cap P$ を表す）。

前提文がA以外の場合は、SやPがMと同じ確率となることを妨げる制約がないため、それぞれ、

$$P(S) = x, \quad (2)$$

$$P(P) = x \quad (3)$$

とする。前提文がAの場合は被覆度パラメータ  $c$  ( $0 < c \leq 1$ ) により、当該集合の確率を決定する。“All X are M”（ただし、 $X = \{S, P\}$ ）という前提文がある場合は、

$$P(X) = cx \quad (4)$$

とする。“All M are X”がある場合は、

$$P(X) = 1 - c(1 - x) \quad (5)$$

とする。このパラメータは、 $c = 1$  のとき、MとXが完全に一致することを表し、 $c$ が0に近づくほどMとXの確率の大きさが異なることを表す。

次に、S, M, Pの同時確率分布を定める。前提文にA (“All X are Y”) が含まれる場合、論理的制約から次の関係が含意される。

$$P(X, \bar{Y}) = 0. \quad (6)$$

同様に、前提文にE (“No X are Y”) が含まれる場合、次の関係が要求される。

$$P(X, Y) = 0 \quad (7)$$

さらに、前提文にI (“Some X are Y”) が含まれる場合、XかつYの事例に対して注意が向けられると考える。注意の度合いはパラメータ  $a$  ( $0 \leq a \leq 1$ ) によって定められ、XとYの同時確率を次のように変化させるものとする。

$$P(X, Y) = aP(Z) + (1 - a)P(X)P(Y) \quad (8)$$

ここで、 $P(Z) = \min[P(X), P(Y)]$  である。つまり、 $a = 0$  のときはXとYが完全に独立であり、 $a = 1$  のときは、XとYが理論的に最大限に重なり合うことを意味する。ただし、II1,2,3,4については、この形式のオイラー円モデルは対称形であることから、注目度パラメータ  $a$  は領域1, 2, 5 (Figure 6参照) だけではなく、領域3にも拡張するよう働くこととした。

以上の式(4)–(8)を論理による制約とし、それ以外については、できるだけ互いに独立になるように同時確率を決定する。以上のようにして定められた各三段論法の同時確率分布は、表1に示される。

#### 標本メンタルモデルの構成

このステップでは、確率原型モデルが定める各部分集合の確率に基づいて、一様乱数により事例（標本）を発生させる。理論的には、発生事例数を無限個にすれば、Figure 6に示すオイラー円モデルが表す論理関係が、そのまま事例が満たす論理関係になる。すなわち、AE2,4とEA1,2はE (“No S are P”)

**Table 1**  
三段論法における各領域の確率

No.	Type	P(S)	P(P)	1	2	3	5
				$P(S, M, P)$	$P(S, M, \bar{P})$	$P(S, \bar{M}, P)$	$P(\bar{S}, M, P)$
1	AA1	$cx$	$y$	$cx$	0	0	$\bar{c}x$
2	AA2	$cx$	$cx$	$c^2x$	$c\bar{c}x$	0	$c\bar{c}x$
3	AA3	$y$	$y$	$x$	0	$(y-x)y$	0
4	AA4	$y$	$y$	$cx$	$\bar{c}x$	0	0
5,7	AI1,3	$x$	$y$	$x^*$	0	$\max(xy - x^*, 0)$	$x - x^*$
6,8	AI2,4	$x$	$cx$	$cx^*$	$\bar{c}x^*$	0	$c(x - x^*)$
9,10	IA1,2	$cx$	$x$	$cx^*$	$c(x - x^*)$	0	$\bar{c}x^*$
11,12	IA3,4	$y$	$x$	$x^*$	$x - x^*$	$\bar{a}\bar{c}x\bar{x}$	0
13,15	AE1,3	$x$	$y$	0	0	$\min(xy, y - x)$	$x$
14,16	AE2,4	$x$	$cy$	0	0	0	$\bar{c}x$
17,18	EA1,2	$cx$	$x$	0	$cx$	0	0
19,20	EA3,4	$y$	$x$	0	$x$	$\min(xy, y - x)$	0
21,23	AO1,3	$x$	$y$	$x^2$	0	$x(y - x)$	$x\bar{x}$
22,24	AO2,4	$x$	$cx$	$cx^2$	$\bar{c}x^2$	0	$cx\bar{x}$
25,26	OA1,2	$cx$	$x$	$cx^2$	$c\bar{x}\bar{x}$	0	$\bar{c}x^2$
27,28	OA3,4	$y$	$x$	$x^2$	$x\bar{x}$	$\bar{c}x\bar{x}$	0
29-32	III,2,3,4	$x$	$x$	$xx^*$	$\bar{x}x^*$	$x(x - x^*)$	$x^*\bar{x}$
33-36	IE1,2,3,4	$x$	$x$	0	0	$x^2$	$x^*$
37-40	EII,2,3,4	$x$	$x$	0	$x^*$	$x^2$	0
41-44	IOI,2,3,4	$x$	$x$	$xx^*$	$x(x - x^*)$	$x(x - x^*)$	$\bar{x}x^*$
45-48	OII,2,3,4	$x$	$x$	$xx^*$	$\bar{x}x^*$	$x(x - x^*)$	$x(x - x^*)$
49-52	EE1,2,3,4	$x$	$x$	0	0	$x^2$	0
53-56	EOI,2,3,4	$x$	$x$	0	$x^2$	$x^2$	0
57-60	OE1,2,3,4	$x$	$x$	0	0	$x^2$	$x^2$
61-64	OOI,2,3,4	$x$	$x$	$x^3$	$x^2\bar{x}$	$x^2\bar{x}$	$x^2\bar{x}$

注：パラメータ  $x, c, a$  は、それぞれ  $P(M)$ , 被覆度, 注目度を表す (本文参照). 表中の  $\bar{x}, \bar{c}, \bar{a}$  は、それぞれ  $1 - x, 1 - c$ , and  $1 - a$  を表し,  $y = 1 - c(1 - x)$ ,  $x^* = (a + \bar{a}x)x$  である. また,  $P(4) = P(S, \bar{M}, \bar{P}) = P(S) - P(1) - P(2) - P(3)$ ,  $P(6) = P(\bar{S}, M, \bar{P}) = P(M) - P(1) - P(2) - P(5)$ ,  $P(7) = P(\bar{S}, M, \bar{P}) = P(P) - P(1) - P(3) - P(5)$ ,  $P(8) = P(\bar{S}, \bar{M}, \bar{P}) = 1 - P(1) - P(2) - P(3) - P(4) - P(5) - P(6)$  である.

の関係を満たし、それ以外はすべて I (“Some S are P”) の関係を満たす. うち, AA1 以外は O (“Some S are not P”) の関係も満たし, AA1 は A (“All S are P”) の関係も満たすことになる.

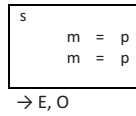
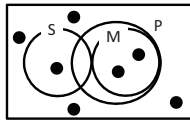
しかし、比較的少数の有限個の標本に基づいて論理関係を決定する場合は、オイラー円モデルが表す論理関係が保存される保証はない. たとえば, Figure 6 の AE1,3 において、 $c$  が 1 に近い場合は M と P がほぼ重なるため、領域 3 および 7 の生起確率は必然的に小さくなり、S と P の連言事象の標本がなかなか得られないことになる. その結果、I の結論が得られず、O や E の結論が得られる可能性が高くなる. なお、ここで標本数は、短期記憶の容量である 7 個程度を想定している. 以下では、具体的な例によってこのしくみを説明する.

三段論法 AE1 について、たとえば  $x = .2, c = .9, a = .0$  のとき、表 1 より領域 3, 4, 5, 7, 8 の確率はそれぞれ、.06, .14, .20, .02, .58 となる. この確率に

従って 7 個の標本を抽出した結果、たとえば、領域 4 に 1 個、領域 5 に 2 個、領域 8 に 4 個の標本が得られたとする. この標本は、MMT (Johnson-Laird, 1983) の表記によれば、Figure 7 上段のように表すことができる. このモデルでは、S と P を同時に満たす個体が存在しないため、E (“No S are P”), あるいは、O (“Some S are not P”) という結論が導かれる. どちらの結論が導かれるかは、次の「論理的結論の構成」のステップの手順に依存して決まることになる.

一方、同じく AE1 について、たとえば  $x = .2, c = .5, a = .0$  とすると、領域 3, 4, 5, 7, 8 の確率はそれぞれ、.12, .08, .20, .28, .32 となり、標本抽出の結果、たとえば領域 3, 5, 7, 8 にそれぞれ 1, 1, 2, 3 個が得られたとすると、対応するメンタルモデルは Figure 7 下段のようになる. この場合は、A (“All S are P”), または I (“Some S are P”) という結論が引き出せることになる.

I. Model 1 ( $x = 0.2, c = 0.9$ )



II. Model 2 ( $x = 0.2, c = 0.5$ )

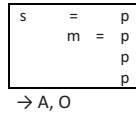
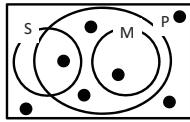


Figure 7. 三段論法 AE1 の標本メンタルモデルの例。パラメータが事例の論理的ステータスの確率を変化させる。右はメンタルモデル理論に準じた表記法による場合。

論理的結論の生成

標本メンタルモデルが構成されたら、標本が満たす論理関係を見て結論を引き出すことになる。ところが、標本メンタルモデルの中で、複数の論理関係が成立することがある。たとえば、A が成り立つときは必ず同時に I も成り立つ。同様に、E が成り立つときは同時に O も成り立つ。また、I と O は同時に成り立つことが多い。したがって、複数の候補の中から結論を選択する手続きについて明確にしておく必要がある。

**検証順序の決定** 標本が満たす論理関係を検証する順序は、Chater & Oaksford (1999) が提案した最小ヒューリスティック (min-heuristic) に従うものとする。最小ヒューリスティックとは、2つの前提文のうち、情報量の少ない形式を結論として採用する傾向を指す。彼らの分析によれば、稀少性仮定 (Oaksford & Chater, 1994), すなわち事象の生起確率のデフォルト値は低いという仮定の下では、各形式の情報量は  $I(A) > I(I) > I(E) > I(O)$  となる。実際の検証手順は以下ようになる。

1. まず、2つの前提文のうち、情報量の小さい方の形式の結論を選び、それを検証対象形式とする。
2. 与えられた標本について、検証対象形式の論理関係が成立しているかどうか（詳細は「判断基準」で述べる）を検証する。成立している場合はそれを結論として出力する。成立していない場合は (3) へ進む。
3. 検証対象形式として、次に情報量の多い形式を選んで (2) を実施する。検証対象形式を O ま

で試した場合は A に戻る。4つの形式すべてを試しても結論が出ない場合は、N (“No valid conclusion” 「妥当な結論なし」) を出力する。

**判断基準** 各形式の検証における判断基準は以下の通りとする。

1. **A:** S と P の両方を満たす個体が少なくとも1つ存在し、かつ、S を満たし P を満たさない個体が1つも存在しない。
2. **I:** S と P の両方を満たす個体が少なくとも1つ存在する。
3. **E:** S と P の両方を満たす個体が1つも存在せず、かつ、S を満たし P を満たさない個体が少なくとも1つ存在する。
4. **O:** S を満たし P を満たさない個体が少なくとも1つ存在する。

反応パターン (確率分布) の生成

以上の3ステップは、直列的に順番に実行される。ただし、参加者は一定の割合で論理的に正しい解を導くものと仮定し、その割合をパラメータ  $l$  ( $0 \leq l < 1$ ) で定める。以上のようにして構成されるモデルは、三段論法の特定の形式の2つの前提文を入力とし、A, I, E, O, N のどれかを出力とするものである。つまり、いわばある個人の1回限りの推論のモデルに相当する。このモデルを無限回走らせた理論値が、三段論法推論の回答パタンの分布を予測するモデルとなる。この理論値は、確率原型モデルの確率値と標本数  $n$  から解析的に導き出すことができる。

モデルの評価と考察

PSM の反応パターンモデルとしての記述的妥当性を確かめるため、実際の実験データを用いてモデルの適合度を吟味した。使用したのは、Dickstein (1978) の実験1と2のデータである。両実験のデータを参加者数 (実験1: 22名, 実験2: 実質19名) で重みづけて平均した。なお、実験2については、異なる参加者によって各形式がそれぞれ2回実施されたため、両者の平均をこの実験のデータとして扱った。

モデルのデータへのフィットの良さは、二乗平均平方根偏差 (root mean square deviation)  $d$  によって評価した。ただし、分散の均一化のため、選択率データには逆正弦変換 (ラジアン) を施した。64個の三段論法について、それぞれモデルとデータの  $d$  を求め、その平均値を最小化するパラメータを求めた。

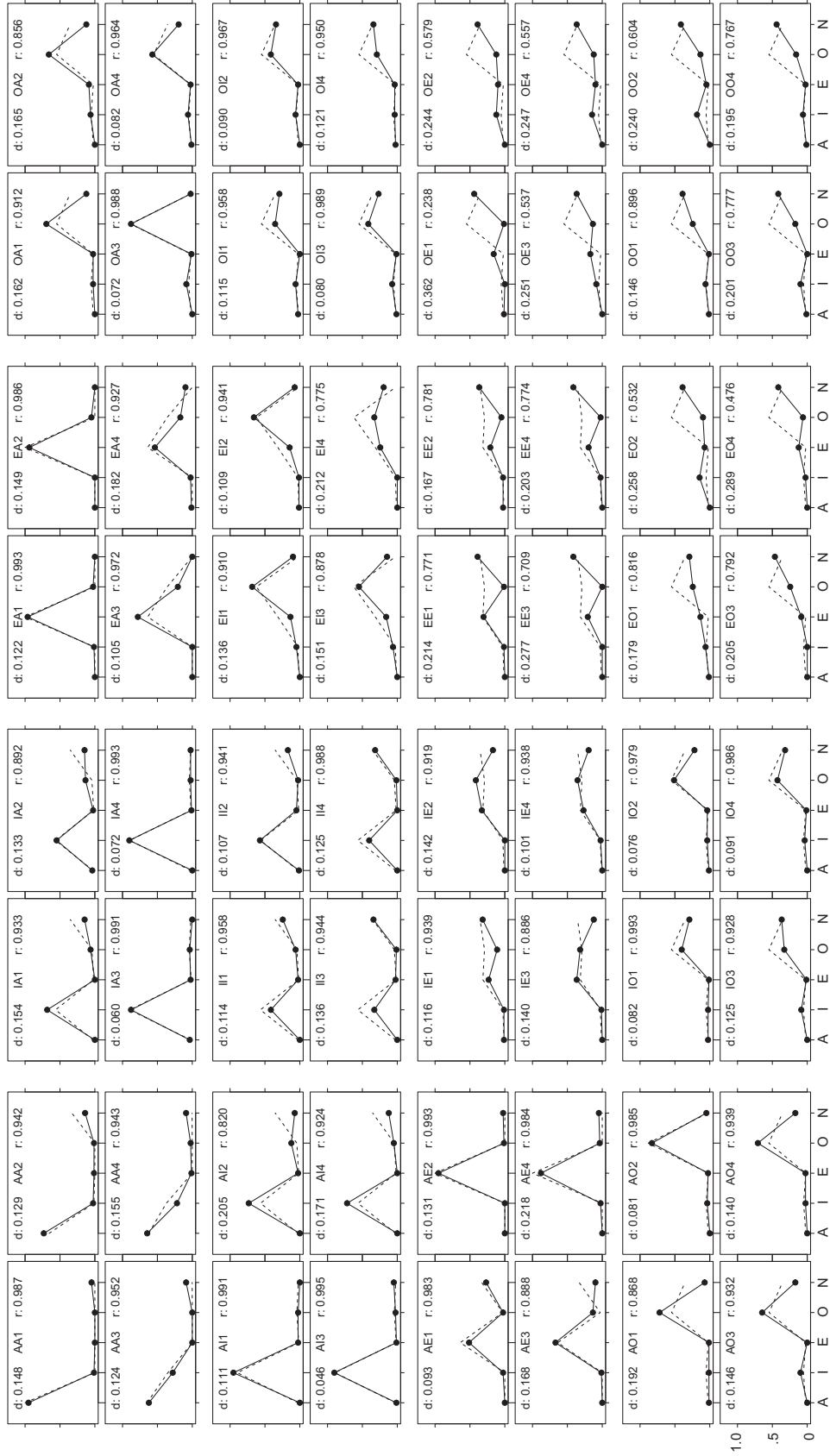


Figure 8. 実験データ (Dickstein, 1978) とモデルの予測. 実線がデータ, 点線がモデルを表す. モデルのパラメータは,  $a = .60, c = .99, x = .32, l = .33$ .



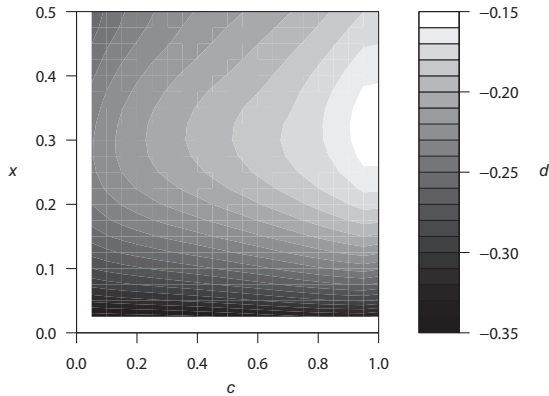


Figure 9. モデルのパラメータ  $c, x$  のモデルフィットとの関係。他のパラメータは固定した ( $l = .33, a = .60$ )。

標本数  $n = 7$  とし、各パラメータを  $.01$  刻みで変化させ ( $.00 \leq l \leq .50; .00 \leq a \leq .80; .00 \leq c \leq 1.00; .01 \leq x \leq .50$ ),  $d$  の最小値を探した。その結果、 $l = .33, a = .60, c = .99, x = .32$  のとき最もフィットがよく、 $d = .155$  であった。そのとき、モデル予測値とデータと相関係数は  $r = .936$  であった。相関係数は、三段論法毎に算出したものを  $z$  変換後に平均して再変換した。モデル予測値とデータの関係を Figure 8 に示す。この図を見ると、全体にかなりよいフィットを示していることがわかる。ただし、EE, EO, OE, OO については相対的にフィットが悪い。

比較のために、同じデータセットを使って、Chater & Oaksford (1999) の PHM のフィットを確かめたところ、 $d = .171, r = .931$  であった (パラメータ値は、 $p_A = .76, p_I = .34, p_E = .16, p_O = .18, p_{ent} = .11, p_{error} = .018$ )。注目すべきは、PSM のパラメータは  $l, a, c, x$  の 4 個であるが、PHM は 6 個である点である。つまり、PSM の方がパラメータの数が少ないにもかかわらず、データへのフィットはよかった。

被覆度パラメータ  $c$  の推定結果が 1 に近かったことから、三段論法推論においても等確率性仮定がなされていることが示唆された。この点について、さらに確認するため、パラメータ  $c$  と  $x$  のモデルフィットとの関係をグラフにした。Figure 9 より、 $x$  がどんな値であると仮定しても、 $c$  は常にほぼ 1 に近い値をとることがわかる。つまり、等確率性仮定に関する証拠はかなりロバストだとみることができる。

## 総合考察

本論文では、確率的表象に基づく三段論法推論のモデル、PSM を提案した。PSM は、前提文の解釈に基づいて、現実的に「ありそうな」事態を想定して個物に基づく心的表象を形成し、できるだけ情報量の多い「論理的」結論を導く過程をシミュレートした。モデルはデータに対して高いフィットを示し、その妥当性が裏づけられた。

PSM のデータへのフィットは、全体にはよかったが、E と O の組み合わせの形式については相対的に悪かった。本研究では、できるだけシンプルなモデルを提案したが、フィットを高めるためにはモデルをさらに改善する必要があるかもしれない。そのためには、2 つの方向性が考えられる。1 つは、MMT と同様に複数モデルの探索のしくみを導入することである。前提文 A, I, E, O の標準的オイラー円表現 (確率原型モデル) を Figure 4 の D1, D3, D4, D3 としたが、I と O は自由度が高く、特に O はこの言明がもたらす情報量も少ないことから、D3 に限定するのではなく、複数のモデル (たとえば D3 と D4) に基づく代替確率原型モデルのアイデアを導入するのが妥当かもしれない。

もう 1 つの修正の方向は、PHM で提唱された最大ヒューリスティックと O ヒューリスティックを導入することである。最大ヒューリスティックとは、結論に対する確信度 (結論の回答率) を決定するもので、最も情報量の大きい前提が、その大きさに応じて結論を強く確信させるとされる。よって、前提が E や O のような情報量の小さい文から構成される場合は、結論に対する確信度が高まらないことになる。また、O ヒューリスティックは、O という結論を避けようとするものである。いずれのヒューリスティックも、この場合、O という結論候補に対する確信度を割り引く働きをする。つまり、O の選択率を低めて N の選択率を上げる働きをする。Figure 8 より明らかな通り、EE, EO, OE, OO におけるフィットの悪さの主な原因は、モデルが O の選択率を実際よりも高く予測していることから、これらのヒューリスティックをモデルに取り込むことによって、モデルのフィットが高まることを期待できるだろう。

パラメータ  $c$  は、安定してほぼ 1 と推定されたことから、三段論法で考慮対象となる 3 つの集合 S, M, P は、いずれもほぼ同じ大きさと仮定されていること

が示唆された。Hattori (2002) は、情報獲得モデルによる Wason 選択課題の分析から、この課題において検証されるべき条件文形式の規則の前件と後件の確率がほぼ同じと仮定されていることを示唆した。また、Hattori & Nishida (2009) は、確率判断における基準率錯誤も、同様の等確率性仮定によって引き起こされているという証拠を示した。さらに、Hattori & Oaksford (2007) は、等確率性を前提とした効率的な二要因ヒューリスティック (dual-factor heuristic) が、因果帰納の基礎となる共変動検出に役立っていることを示した。以上の結果は、人間が外界を認識する際の一般的な特性について語っているとみることができる。つまり、これまで別々の現象と考えられてきた条件のおよび定言的演繹、帰納、確率判断などにおける様々なエラーが、等確率性という共通の特性によって説明できる可能性が示唆される (服部, 2008)。

最後に、PSM におけるランダムサンプリングの仮定の妥当性について言及しておきたい。ランダムサンプリングの仮定は、確率的表象と論理的導出をつなぐために導入されたしくみであるが、この過程は、データにフィットする出力を得るための単なる便宜的なしくみなのか、それとも、相応の心理的実在性を想定しているのかという疑問があるかもしれない。この疑問に対する回答は、Yes でもあり No でもある。一方では、われわれの心的過程のある部分には、本質的な揺らぎが内包されており、乱数生成装置に似たある種の実行系が組み込まれている可能性は否定できない (e.g., Glimcher, 2003)。その意味で、PSM のランダムサンプリングの仮定は、ある種の心的不確定性をモデル化していると考えられる。しかし、もう一方では、ある人がある三段論法推論を行う際の推論過程において、厳密な意味でのランダムサンプリングがなされているとは考えにくい。ある集団の平均的な振る舞いを記述する際に、ランダムサンプリングが十分に精巧なモデルとして機能すると考える方が現実的であろう。すなわち、各個人の人推論過程には、さまざまな要因による予測不能な不確定性が内在するが、完全なランダムではない。しかし、それらを重ね合わせてマクロに眺めると、ランダムな過程によって十分な精度でシミュレート可能になると考えることができる。

## 引用文献

- Braine, M. D. S., & O'Brien, D. P. (1998). *Mental logic*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Chater, N., & Oaksford, M. (1999). The probability heuristic model of syllogistic reasoning. *Cognitive Psychology*, 38, 191–258.
- Chater, N., & Oaksford, M. (2008). *The probabilistic mind: Prospects for bayesian cognitive science*. Oxford, UK: Oxford University Press.
- Dickstein, L. S. (1978). The effect of figure on syllogistic reasoning. *Memory & Cognition*, 6, 76–83.
- Faris, J. A. (1955). The gergonne relations. *The Journal of Symbolic Logic*, 20, 207–231.
- Glimcher, P. W. (2003). *Decisions, uncertainty, and the brain: The science of neuroeconomics*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Hattori, M. (2002). A quantitative model of optimal data selection in wason's selection task. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology A*, 55, 1241–1272.
- 服部 雅史. (2008). 推論と判断の等確率性仮説：思考の対称性とその適応的意味. 『認知科学』, 15, 408–427.
- Hattori, M., & Nishida, Y. (2009). Why does the base rate appear to be ignored? the equiprobability hypothesis. *Psychonomic Bulletin and Review*, 16, 1065–1070.
- Hattori, M., & Oaksford, M. (2007). Adaptive non-interventional heuristics for covariation detection in causal induction: Model comparison and rational analysis. *Cognitive Science*, 31, 765–814.
- Johnson-Laird, P. N. (1980). Mental models in cognitive science. *Cognitive Science*, 4, 71–115.
- Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models: Towards a cognitive science of language, inference and consciousness*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Johnson-Laird, P. N., & Byrne, R. M. J. (1991). *Deduction*. Hove, UK: Lawrence Erlbaum Associates.
- Kirby, K. N. (1994). Probabilities and utilities of fictional outcome in wason's four-card selection task. *Cognition*, 51, 1–28.
- Oaksford, M., & Chater, N. (1994). A rational analysis of the selection task as optimal data selection. *Psychological Review*, 101, 608–631.
- Oaksford, M., & Chater, N. (2007). *Bayesian rationality: The probabilistic approach to human reasoning*. New York, NY: Oxford University Press.
- Pearl, J. (1988). *Probabilistic reasoning in intelligent systems*. San Mateo, CA: Morgan Kaufman.
- Stenning, K., & Oberlander, J. (1995). A cognitive theory of graphical and linguistic reasoning: Logic and implementation. *Cognitive Science*, 19, 97–140.
- 田村 昌彦・服部 雅史・三輪 和久. (2010). 仮説検証過程における確信度更新と検証系列：情報獲得モデルによる検討. 『認知科学』, 17, 180–195.
- Wason, P. C. (1966). Reasoning. In B. M. Foss (Ed.), *New horizons in psychology* (pp. 135–151). Harmondsworth, UK: Penguin.