

算数の混み具合比較課題の解法理解に対する 2つの解法の説明課題の効果

河崎 美保

(京都大学大学院教育学研究科)

本研究は、混み具合比較課題の非規範的解法と規範的解法の説明を児童に提示し、それぞれについて、なぜその解き方で答えが出るのかを説明してもらう課題を行うことで、規範的解法の意味理解が促進されるという効果を検討した。その結果、ポストテストにおける混み具合比較課題の意味理解率が、説明課題を実施しなかった河崎(2007)と比べて有意に高く、規範的解法を論拠も記述して使用することを促進する上での有効性が示唆された。ただし、この効果は規範的解法の柔軟な利用には及ばなかった。説明課題への回答を分析したところ、比較課題において意味理解を示した児童は単位となる面積を適切に捉えた図が多いという特徴が見られたことから、説明課題によって同一面積での本数比較という両解法に共通する解法手続きの分節化が促進された結果、規範的解法の意味理解が高まった可能性が示唆された。特に、非規範的解法が具体的な場面を解釈しやすい場合に、非規範的解法の説明課題を実施した上で規範的解法の説明課題を行うことが、このプロセスを促すと考えられる。

【問題と目的】

本研究は、混み具合比較課題の非規範的解法と規範的解法の説明を児童に提示し、それぞれについて、なぜその解き方で答えが出るのかを説明してもらう課題を行うことで、規範的解法の意味理解が促進されるという効果を検討した。

本研究で用いる混み具合比較課題とは、2つの花壇のうち、より混んでいる方を判断する課題である。混み具合は、内包量の1種であり、たとえば花の数/面積のように、2種類の外延量の商によって数値化される。ただし、内包量を算出してこの種の課題を解くには、まず2つの花壇の面積、花の数を示した4つの数から、面積と花の数という2項関係に着目し、次に、2項関係を定量的に表象し、最後にそれらの間で比較を行う必要がある。先行研究(Fujimura, 2001; 藤村・太田, 2002)では、面積と花の数というように適切な2項関係への着目はできる児童、それを定量的に表象することはできる児童に対して、そうした既有知識の明示性を高めることで、内包量比較を促進する有効な教授法が明らかにされてきた。しかし、たとえば2つ花壇の面積の差を求めるなど適切な2項関係に着目できない児童に対する有効な教授法は十分明らかでない。そこで、本研究は特にこうした児童を対象とし、混み具合比較課題の規範的解法(1㎡あたりの花の数を比較する解法)の意味理解を促す教授法を検討する。

内包量のように難しい数学的概念の理解は、具体物操作などを通して自ら気づくだけでなく、他者の解法を通じて得ることも有効だと考えられる(藤村・太田,

2002)。ただし他者の解法の提示は、単に「正しい解法を伝達する」という意味において有効であるだけではない。これは解法に関する個人内の多様性を補う点で有望だと考えられる。様々な課題において、高次の解法へのシフトが起こる前には、複数の解法を使う時期が見られること(Siegler, 2006)、問題解決過程で2つの解法の可能性に気づいた児童のみ、それらを結びつけるようなより抽象的なレベルで解法を言語化できた(白水, 2004)など、複数のアプローチを認識することと高次の解法理解との間の関連を示唆する現象がある。そのメカニズムには、複数解法の比較によりそれぞれの解法手続きの分節化が進む(Crowley, Shrager, & Siegler, 1997)、特定の知識の欠如があらわになることで、それを埋めるべく自己説明を促進する(Chi, 2000)などが考えられている。

本研究では、非規範的解法と規範的解法という2種類の解法の説明を児童に提示し、これを通じた規範的解法理解の促進効果を検討する。ただし、単にそれらを提示し、再生や評価を求めた河崎(2007)では、もともと適切な2項関係に着目できていなかった児童の場合、事後の意味理解率が25.8%にとどまった。これは、各解法の理解が不十分であり、比較や自己説明が行われなかったためである可能性がある。そこで本研究では、各解法を提示した直後に、なぜその解法で答えが出るのか説明を求める課題を実施し、河崎(2007)と比べ事後の意味理解が促進されるかを検討する。

【方法】

対象

小学5年生2クラス。調査は2月に行い、内包量
は未習であった。

材料

混み具合比較課題 「あさひ公園の花だんは、面積が 5 m^2 で、25本の花がさいています。みどり公園の花だんは、面積が 7 m^2 で、28本の花がさいています。どちらの花だんがこんでいますか。小学6年算数「単位量あたりの大きさ」の「混み具合比較課題」の教材に当たる。答えの選択と、理由の記述(言葉、式、図)のできるだけ詳しくを求めた。

解法発表ビデオ① 1あたり解法 上記の課題に関し、授業で通常学習する規範的解法は1あたり解法である。この解法では、わり算を用いて、両花壇の 1 m^2 あたりの花の数を比較する。具体的には、あさひ公園の花壇は 1 m^2 あたりに花が5本咲き、みどり公園の花壇は 1 m^2 あたりに4本咲くことを求め、あさひ公園の方が混むと判断する。ビデオに登場する児童の説明内容をTABLE 1に示した。

TABLE 1 1あたり解法のビデオの内容

私は答えは、あさひ公園の花壇の、アだと思いました。(丸をつける)
なぜかと言うと、 1 m^2 あたり、に、何本花が咲いているか、調べるために、まず、あさひ公園の花壇を、 $25\div 5$ をしたら、5になるので、えっと、 1 m^2 あたり、5本、になるので、 1 m^2 あたりに、花が、5本咲いていることになりました。同じように、みどり公園の、花壇も、 $28\div 7$ をしたら、4になるので、 1 m^2 あたり、に、花が4本咲いていることになります。
あさひ公園の、方が、 1 m^2 、あたりに、たくさん咲いていることになるので、えっと、あさひ公園の方が、混んでいると思いました。

解法発表ビデオ② ひき算解法 児童がしばしば使う非規範的な解法にひき算解法がある(藤村, 1997; 河崎, 2005)。まず、二つの花壇の面積の差、花の数の差を求め、次に、差分の混み具合を評価し、さらにどちらの花壇の方が混むかの答えを出すという手続きをとる。ビデオに登場する児童の説明内容をTABLE 2に示した。

TABLE 2 ひき算解法のビデオの内容

答えは、アです。(丸をつける)
なぜアかと言うと、まず、あさひ公園の花壇とみどり公園の花壇の、面積を引き算します。 $7-5$ で、 2 m^2 になります。
次に、あさひ公園の花壇とみどり公園の花壇の、花の数を引き算します。 $28-25$ で、3本になります。
それで、みどり公園の花壇の面積は 2 m^2 も広いのに、花は3本しか多くないから、あさひ公園の方が混んでいると思いました。

説明課題

ビデオで提示された混み具合比較課題の解法への理解を促すために、説明課題を用意した。どうしてあさひ公園の花壇の方が混んでいるという答えが出るのか、図も使って考えるよう求めた。作図を促すため、FIGURE 1のようなフォーマットを解答欄に提示した。

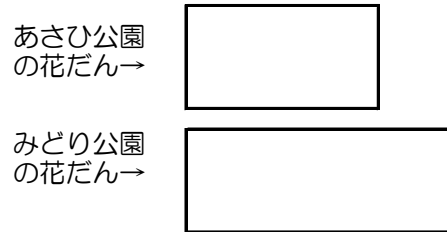


FIGURE 1 説明課題

統合課題

ひき算解法を提示し、その論拠を述べさせる課題であり、ポストテストで実施した。具体的には、FIGURE 2の図を示し、あさひ公園とみどり公園の比較において、なぜ「みどり公園の 2 m^2 に花が3本さいているところにゆとりがある」ということができるのか説明を求めた。これに明示的に答えるには、 1 m^2 あたりの花の数を利用して説明することが必要となるため、統合課題と呼ぶ。

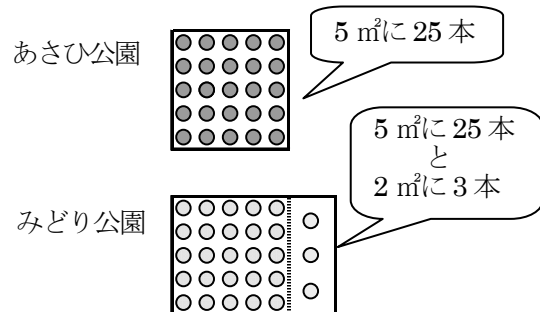


FIGURE 2 統合課題で使用した図

手続き

プレテスト (5 m^2 25本 vs. 7 m^2 28本の混み具合比較課題)、ひき算解法のビデオ提示と説明課題、1あたり解法のビデオ提示と説明課題、ポストテスト (2 m^2 10本 vs. 3 m^2 12本の混み具合比較課題、および統合課題)の順に実施した。

【結果】

混み具合比較課題

プレテストにおいて、面積と花の数という2項関係に着目しなかった22名を対象に、ポストテストにおける混み具合比較課題の意味理解率(1あたり解法を論拠も

記述して使用した児童の割合)を算出した (FIGURE 3)。本研究の意味理解率は 54.5% (12 名)であった。本研究と同様、ひき算解法と 1 あたり解法を提示したが、説明課題は実施しなかった河崎 (2007) の結果は 25.8% であり、本研究が有意に高かった (直接確率計算, $p < .05$)。

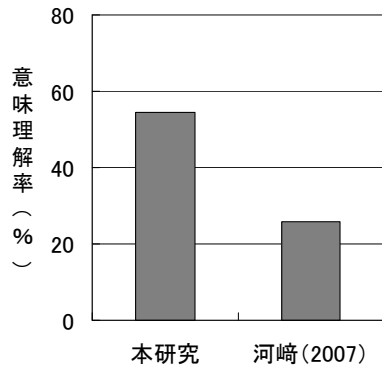


FIGURE 3 混み具合比較課題の意味理解率

説明課題

ポストテストにおける混み具合比較課題の意味理解者 (12 名) と意味理解を示さなかった非通過者 (10 名) の間で、説明課題への回答の特徴を比較した。

ひき算解法の説明課題の場合、FIGURE 4 のように同一面積 (今回の課題では 5 m^2) での本数比較が可能であるように図示したかどうかで分類を行った。具体的には、あさひ公園の花壇の 5 m^2 には区切りを入れず、みどり公園の花壇の 7 m^2 を 5 m^2 と 2 m^2 に区切っていることを基準に、該当する場合を「同一面積での本数比較が可能である図」とみなした。著者を含む 2 名により判定を行い、不一致の場合には協議により決定した (判定手続きは 1 あたり解法の説明課題、および統合課題についても同様)。

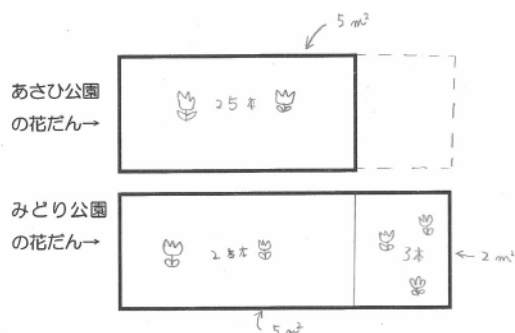


FIGURE 4 同一面積での本数比較が可能であるひき算解法の図示

その結果、混み具合比較課題の意味理解者では該当する図が半数以上に見られたが (7 名)、非通過者の場合にはみられなかった。他方、非通過者の半数で見

られたのは FIGURE 5 のような花の本数は表現しているが、同一面積での本数比較が困難である図であった。

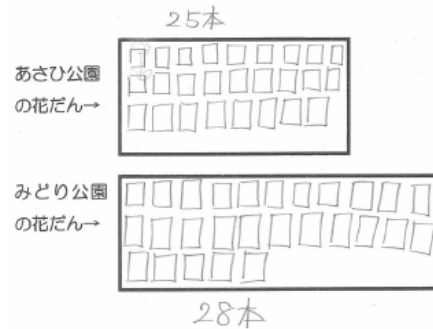


FIGURE 5 同一面積での本数比較が困難なひき算解法の図示

1 あたり解法の説明課題の場合、FIGURE 6 のように 1 m^2 ごとの面積の図示を行ったかどうかで分類を行った。具体的には、あさひ公園の花壇の 5 m^2 を 5 分割し、みどり公園の花壇の 7 m^2 を 7 分割していることを基準に、該当する場合を「同一面積での本数比較が可能である図」とみなした。混み具合比較課題の意味理解者の場合は該当者が 9 名見られたのに対し、非通過者にはみられなかった。

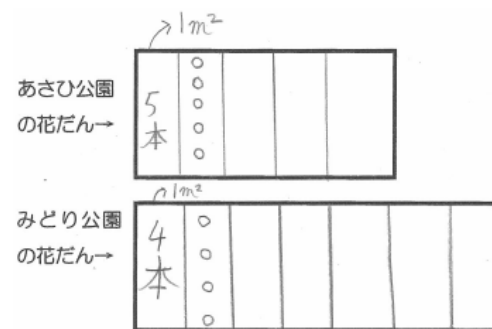


FIGURE 6 同一面積での本数比較が可能である 1 あたり解法の図示

2 つの説明課題の回答の関係を検討したところ、ひき算解法の説明課題で同一面積での本数比較が可能である図に該当する図を描いた児童は 1 名を除いて全員が、1 あたり解法の説明課題においても同一面積での本数比較が可能である図を図示した (該当しなかった 1 名は、 5 m^2 を 7 分割し、 7 m^2 を 5 分割していた)。

なお、1 あたり解法の説明課題の図には、FIGURE 7 のように花の数の配置の仕方に関して、ひき算解法の影響がみられる図が 2 名に見られた (いずれもポストテストの混み具合比較課題の意味理解者)。

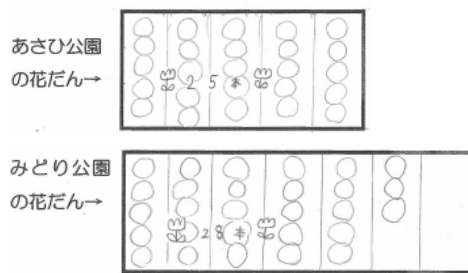


FIGURE 7 ひき算解法の影響がみられる1あたり解法の図示

統合課題

ポストテストの統合課題について、みどり公園の2 m² 3本にゆとりがあるといえるのは、混み具合が5本/1 m²と比べて大きいためであると説明していることを正答基準に正答率を算出した。その結果、正答率は13.6% (22名中3名)であった。たとえば、「あさひ公園では、1 m²あたり5本、つまり2 m²あたり10本あることになるので、2 m²→10本と、2 m²→3本では、3本の方がゆとりがあるから」のような回答を正答とみなした。正答基準を満たさない回答には、「5本入るところに3本しかない」(2名;ともに比較課題の意味理解者)、「2 m²に3本は余裕がある」ことの繰り返し(4名)、無回答などがみられた。

ポストテストの混み具合比較課題と統合課題の回答の関係を検討したところ、ポストテスト混み具合比較課題の意味理解者は2名、非通過者は1名が統合課題の正答に該当した。よって、統合課題の正答基準に達した児童は全体的に少なく、1あたり解法の考え方を柔軟に利用する点で促進効果は小さかった。

【考察】

ポストテストにおける混み具合比較課題の意味理解率が、河崎(2007)よりも有意に高く、説明課題の有効性が示唆され、自己説明(Chi, 2000)を用いた多くの研究と同様に学習促進効果が支持された。

説明課題の回答を検討すると、ポストテストの混み具合比較課題において意味理解を示した児童は、同一面積での本数比較が可能であるよう単位となる面積(ひき算解法における5 m²や1あたり解法における1 m²)を適切に捉えた図が多かった。これはひき算解法の説明課題においても1あたり解法の説明課題においても共通していた。よって、本研究が課した2つの説明課題は、1あたり解法の意味理解にとって重要である「同一面積での本数比較」という要素の理解を促進したと考えられる。ひき算解法は1あたり解法や先行研究(藤村・太田, 2002)で扱われた他の解法と比べ、演算を適用する2項関係が本数同士、面積同士であり具

体的な場面を解釈しやすい。ポストテストの混み具合比較課題において意味理解を示した児童は、ひき算解法と1あたり解法の両方において同一面積での本数比較を表現する傾向にあったことから、ひき算解法を図に表現し、その上で1あたり解法という異種の解法の解釈を行なうことが、同一面積での本数比較という両解法に共通する「解法手続きの分節化」を促進した可能性を考えることができ、Crowley, Shrager, & Siegler, 1997による理論的仮説を支持する実験結果を提供したといえる。

ただし、本研究の結果は河崎(2007)との比較であるため、直接比較可能な統制条件を設けた検討が必要である。また、ひき算解法と1あたり解法という複数の解法を提示することの効果より明確にするために、1あたり解法のみを提示した場合との比較を行う必要がある。

【引用文献】

- Chi, M.T.H. (2000). Self-explaining expository texts: The dual processes of generating inferences and repairing mental models. In R. Glaser (Ed.), *Advances in Instructional Psychology*, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 161-238.
- Crowley, K., Shrager, J., & Siegler, R. S. (1997). Strategy discovery as a competitive negotiation between metacognitive and associative mechanisms. *Developmental Review*, 17, 462-489.
- 藤村宣之 (1997). 児童の数学的概念の理解に関する発達の研究: 比例, 内包量, 乗除法概念の理解を中心に. 東京: 風間書房 Pp.61.
- Fujimura, N. (2001). Facilitating children's proportional reasoning: A model of reasoning processes and effects of intervention on strategy change. *Journal of Educational Psychology*, 93, 589-603.
- 藤村宣之・太田慶司 (2002). 算数授業は児童の方略をどのように変化させるか. *教育心理学研究*, 50, 33-42.
- 河崎美保 (2005). 算数の一斉授業における解法発表の聞き取りと学習促進機能. *日本教育心理学会第47回総会発表論文集*, 478.
- 河崎美保 (2007). 算数文章題の解法発表を聞く能力—他者発言の再生・評価と理解変化の関係—. *京都大学大学院教育学研究科紀要*, 53, 338-351.
- 白水 始 (2004). 協調による理解深化過程の分析—多様な解がヴァリエーション足りうる時—. *日本教育心理学会第46回総会発表論文集*, 689.
- Siegler, R. S. (2006). Microgenetic analyses of learning. In W. Damon & R. M. Lerner (Series Eds.) & D. Kuhn & R. S. Siegler (Vol. Eds.), *Handbook of child psychology: Volume 2: Cognition, perception, and language* (6th ed., pp. 464-510). Hoboken, NJ: Wiley.