

市場アルゴリズムとしての文理解

Sentence comprehension as market algorithm

犬童 健良[†]

Kenryo Indo

[†] 関東学園大学

Kanto Gakuen University

kindo@kanto-gakuen.ac.jp

概要

本論文は自然言語文の理解を、取引サイクルを形成する市場アルゴリズムとして解釈した。市場モデルは協力ゲームの一種であり、また三重対角化を用いたその数値表現が提案された。コンピュータ実験として、日本語 WordNet を用い、語義説明を節形式に翻訳し、語義の写像で定義されるゲームのコアを求めた。またベクトル・行列に再表現して三重対角化を行った。

キーワード：文理解、協力ゲーム、市場モデル、三重対角化

1. はじめに

ある自然言語の文を読んだり、聞いたりするとき、もし意味が理解できたとすると、文全体としての意味をなすとともに、各語とそれらの順序は、その文全体の意味を成立させるといふ仕事において、何らかの貢献をしていると考えられる。

言葉の理解はダイナミックで文脈感受的なものである。そのネットワークは、語の関係に閉じておらず、言語内外の多様な資源の集まりであり、状況に埋め込まれている。語の意味をなすイメージや体験、関連する知識、話し手の表情、他の聞き手の反応、発話の場面で利用可能な様々な資源によって、ネットワークは拡大される。これらは認知活動に利用されると、ネットワーク上の枝に沿って仮想的な流れ（フロー）を生じる。つまり語は他の資源と共に、その使用法の総体としての意味のポテンシャル[1]をもつと解釈される。

グラフは枝の集合とノードの集合の組として定義され、ネットワークとはラベル（容量、長さ、費用、流量、ポテンシャルなど）付きのグラフである[2]。本論文では、語を資源として文の意味に変換するプロセスとして、文理解を抽象化し、また市場取引のアナロジーを用いてこれを解釈する。まず、その基礎となる語義のネットワークを以下のような手続きによって構成する。

語彙データベース（辞書） L として、語義写像 Γ を次のように定義する。

定義（語義写像 Γ ）。辞書内の一つの語 $w \in L$ から、その語義説明の中の各語に向かって枝を伸ばす操作を、

写像 $\Gamma : L \rightarrow 2^L$ として定義する。 $\Gamma(w) \subseteq L$ 。

$\Gamma(w) \neq \emptyset$ となる語 w は意味があり、 $\Gamma(w) = \emptyset$ となる語 w は「ナンセンス」であるか、あるいは意味を理解するためには外部の資源に頼る必要がある。

時刻 $t = 0$ で $N = \emptyset$ とする。 N 内から語 w を適当に選んで Γ を適用し、 N に含まれないメンバーを追加して N を更新する。 $N = N \cup \Gamma(w)$ 。新しいメンバーが増えなくなるまで Γ を繰り返し適用する。

データベース自体の不完全さとして、少数の例外は生じうるが、基本的に語義が空であることはない。

命題 1。 Γ を L の非空部分集合に制限した $\Gamma' : L \rightarrow 2^L - \emptyset$ から生成される語義のネットワークは半循環的である。

命題 1 はネットワークの作り方から、ほぼ自明である。循環フロー[2]とは、入口（ソース）と出口（シンク）をもたず、枝容量の上限下限が定義され、流量保存則を満たす（つまりネットワークの境界部分の入出力が相殺されて 0 に等しい）ネットワークのことである。語義ネットワークには入り口はあるが、出口がない。基本的に語義を持たない項目はない。語義の説明に使われない語は、実際には多数を占める（3 節参照）。

本論文で提案されるモデルでは、資源、すなわち市場で交換されるアイテムの種類は、語に制限される。非言語的な資源をネットワークに追加してモデルを拡張することは可能である。ただし循環フローとしての性質が保たれるとは限らない。

本論文では、実用的なシステムを提案することが目的ではなく、文理解を具体的にモデル化するツールとして、不可分財市場 [12,13]、および行列の三重対角化 [6,9] という、じゅうらいの自然言語処理から離れた、それぞれ独立の領域で開発されたアルゴリズムを自然言語理解に活用する新しい方法を提案する。

文理解の市場モデルは、語義写像 Γ の下で定義される協力ゲームを用いて表現される。文理解では、文中の各語に何らかの意味が見出せるはずだ。そうでなければ不要な語を削ったり、別の語を追加したり、語同士を交換したりすることで理解が改善するだろう。こ

のゲームは経済学で言う「市場」をモデル化するために研究されたものによく似ている（少なくとも形式的に同じである）。そこで本論文では不可分財の市場取引をアナロジーとして文理解の認知モデル化を試みる。

協力ゲーム[13]は、エージェントの社会的ふるまいを考察する抽象的なフレームワークであり、配分と呼ばれる多次元ベクトル、あるいは提携ごとの分け前（特徴関数）によってゲームの状態を表し、エージェントのグループ化、つまり提携が配分にどのように影響するか予測する。つまり提携はそのメンバーに対して一定の実行可能な配分を約束されている結託である。どのような提携によっても拒絶されない配分の集合はコアと呼ばれる。他の解として、(準)安定集合、交渉集合、仁、シャプレー値などが知られる。

以降の部分では、まず2節では語義ネットワークを用いて文理解のプロセスをモデル化し、市場アルゴリズムのアナロジーを導入する。3節で語義ネットワークの計算機実験として、日本語 WordNet の語義説明から疑似的な論理プログラム Glolog を抽出する。また Glolog を用いて実際に語義写像の不動点としてコアを求める。4節では前節で導入した節形式プログラム例を行列表現し、三重対角化アルゴリズムを用いて市場均衡として解釈する。5節で本論文とメンタルアカウンティングその他の先行研究との関連について述べる。最後に6節でまとめとする。

2. 文理解のネットワークと市場ゲーム

交換取引は売り手と買い手の間の2者提携の集まりであり、一つの提携がネットワーク上の枝に相当する。本論文が提案する文理解のモデルでは、語はネットワークの有向枝によって表現され、ノードはエージェントを表し、枝の始点と終点はその語の所有者の移転、つまり売り手と買い手に対応する(図1)。

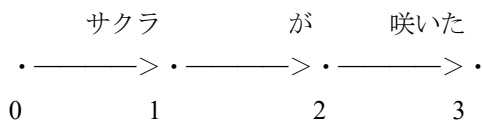


図1 文のネットワーク表現

不可分財(アイテム)の市場モデルには、割当市場、交換市場、マッチング市場など、複数の定式化が知られ、取引されるアイテムの種類や売り手や買い手の役

割の割り振り方、別払いや貨幣の有無、効用関数の譲渡可能性などによってモデルが区別される[12, 13]。

各エージェントが高々1個のアイテムのみ所有する割当市場モデルでは、効用の譲渡可能性の有無によらず、非空コアが存在するゲームは平衡ゲームであるときかつそのときに限られ、また競争均衡はコアの中にあることが、線形計画問題の双対性から証明される。しかしマッチング市場や売り手が複数単位のアイテムを所有する割当市場では、この結果は必ずしも成り立たない。

図1に示した特徴から、文理解モデルでは、各エージェントは高々1個のアイテムのみ所有できると考えてよいだろう。このクラスの市場モデルでは、競争均衡を見つけることでコア配分が得られる。そのアルゴリズムの一つであるトップトレーディングサイクル[12]は、あるエージェントから順に自分が最も欲しいアイテムを所有している相手と取引していき、最初のエージェントが売り手になるまでパスを伸ばす。これは冒頭で述べた文理解の直接的なアナロジーとなっている。そこで以降の部分ではこのモデルに集中する。

文理解において、文中の各位置で辞書(語彙データベース)内のある語のグループが提携で、配分は各語が理解された、つまり文全体に貢献したか、またはそうでないかを表現する0-1ベクトルである。文理解の基本モデルは、次のような提携を見つけるゲームである。文内に未知の語があると全体としての理解に支障をきたすが、辞書から語義説明の語を提携に追加することで説明力が増す。それ以上文の理解に貢献する語がなくなるまでこれを繰り返す。これは語から語義説明内の語の集まりを求める写像を繰り返し適用し、最小不動点を求めることに相当する。求めた提携はコア配分を約束し、それが文全体の意味に相当する。

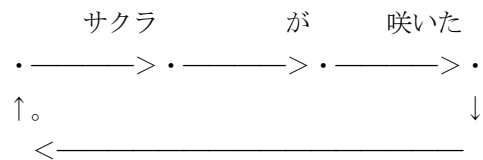


図2 文理解における取引サイクル

定義(トップトレーディングサイクル). 文頭から k 番目の語は k 番のノードのエージェントが所有し、 $k+1$ 番目のノードのエージェントから買われる。文末の語の所有者 (n 番のノード) は 0 番のノードから句点

を購入し、文理解のサイクルを完成する (図2).

仮説 1. ある文が文使用者の意図を正直に表現していると仮定すると、その文理解はトップトレーディングサイクルを見出す認知過程である.

文理解のモデルはまだインフォーマルに述べられただけであるので定理とは呼べないが、上の仮説はほぼ自明であろう。もしこの仮説が正しくないとする、ある k 番目のエージェントが次の語として最もふさわしいと思わない語を選んでおり、それゆえ正しく文使用者の意図を正直に表現していないので、仮説の前提条件に矛盾する。もちろん、この議論は市場モデルが現実の文理解の正しいモデルだと証明してはいないが、おそらく文理解者の認識のモデルとは両立する。すなわち、人が自分自身で意図した意味を文表現できると自覚している限りにおいて、仮説 1 は直観に反しない。

より正確に言うと、トップトレーディングサイクルアルゴリズムはエージェントの集合を、その長さの順に複数のサイクルに分割する。また最初のサイクルの先頭は文開始のエージェント (0 番) とは限らない。形式的には、単文だけでなく、重文、複文、複数の文が連なる文節なども分析できる。

競争均衡におけるノード間の価格差はその最短路に等しい。また最小均衡価格は VCG 税としての意味を持ち、そのアイテムがエージェントに与える価値に等しい (これは語義の曖昧性解消として示唆的である)。

3. 半循環フローと節形式

語義データベースとして WordNet[3]がよく知られる。以降の部分では、日本語 WordNet を語義データベースとして利用し、半循環的なネットワークから文理解のモデルを実験的に構成する。

本論文ではシンクを、そこから先に出ていく枝のないノード、ソースをそこから前に入ってくる枝のないノードと定義する。ネットワークは通常、特別な 2 ノード、シンクとソースを 1 個ずつ持つが、循環フロー [2]はいずれも持たないネットワークである。

命題 1 で述べたように、語義のネットワークは、その性質上、半循環的であり、シンクはほとんどなく、ソースは多数ある。実際、日本語 WordNet の見出し語を調べてみると、たんに文字列の一部として照合する場合も含めて、他の語の語義説明で一度も用いられていない語の比率が、語の総数の 44%、語義を区別した synset 総数では 42%に及ぶ。図 3 に語義説明における

出現回数の分布を示す (図 3 参照)。ただしこの実験では、いくつかの助詞についてもカウントしている。これらの助詞の語義は空なので、 Γ によってネットワークが拡張されることはない。

参照回数の多い方には、助詞や接続詞の他、「する」、「こと」、「ある」、「いる」、「人」、「何か」などが上位に含まれる。

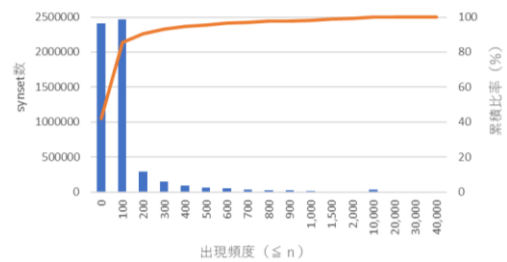


図 3 語義説明 (gloss) における語の出現頻度

写像 Γ を「カエル」に対して繰り返し適用する実験では、18 ステップで不動点となり、 N は 15,135 語からなることを確認した。 N の語はすべて N 中で語彙説明が完結するので新たに語を追加したり、別の提携を組んだりしても説明力は増さない ($N = \Gamma(N)$)。それゆえ N が提供する語の説明は、 Γ (カエル) から生成されたゲームのコア (の一つ) である。 N 内に存在する Γ のサイクルとして、例えば「カエル⇒後肢⇒足⇒覆う⇒不明瞭に⇒しわがれた⇒カエル」が存在する。

興味深いことにカエルから生成された N に含まれる他の語、たとえばカメや末尾ステップに近いノア、洪水などから Γ を始めても同じ N が得られる。 N の外部 $L-N$ の 72,856 語中で、 N の語で語義説明が完成するものは、52,455 語ある。したがって N の支配する語義は全語の約 77%を占める。

「カエル」の語義説明を、主題文として読み替えて、語義説明から語のリストを抽出する手続き (付録参照) を適用すると、「カエル: 跳躍, する, ため, 長い, 後肢, ある, 種々, 尾, ない, ぼつちやりした, 体, 持つ, 両生類, 総称; 半, 水, 生, 陸, 生, 種. “という Prolog のルール節に似た確定節プログラムが得られる。

本論文では、日本語 WordNet の語義説明 (Gloss) から写像 Γ を適用して生成される疑似的な論理プログラムを、Glolog と呼ぶ。半循環性は事実節を持たないことに対応するから、Glolog の節形式は、論理プログラムとしては導出が停止しない。いわば動かない推論システムである。各循環成分から代表を選んだ枝集合 (最

小カット)をNから除去し、代わりに事実節を挿入すれば何がしかの動作はする。しかしΓの定義から、それらはすべてナンセンスであり、言葉の意味を適切に把握したとはいえない。

プログラムの手続きの意味論を写像の不動点として表現する方法は論理プログラミングの世界では伝統的である。Gloglogは循環的なネットワークの上での協力ゲームの解(コア,または安定集合)となる語義の写像の不動点をその意味論として持つ特殊な論理プログラミング言語の例となる。

次節ではGloglogから語義をベクトルと行列の表現に再翻訳して三重対角化アルゴリズムを適用し、その結果を市場取引として解釈する。いわば、三重対角化は導出手続きの代わりに、それによってGloglogを動かすエンジンとなる。

4. 三重対角化アルゴリズム

もう一つの有用なアナロジーは線形代数における三重対角化のアルゴリズムである。行列を相似変換する直交ベクトルの系列を生成して、対角成分とその前後の成分以外をゼロ化する。語義の節形式

$$w_i := -v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{im_i}$$

を0-1ベクトル

$$(a_k)_{k \in N}, a_k = \begin{cases} 1 & \text{if } k = i; \\ -1 & \text{if } j_1, j_2, \dots, j_{m_i}; \\ m_i - 1 & \text{if } n \\ \text{o.w.} = 0 \end{cases}$$

に翻訳し、文中の語順に並べて行列Aを作る。三重対角化とは

$$T = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & & & 0 \\ \gamma_1 & \alpha_2 & \beta_2 & & \\ & \gamma_2 & \alpha_3 & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & \beta_{n-1} \\ 0 & & & \gamma_{n-1} & \alpha_n \end{pmatrix}$$

つまり行列Pの各列をなす直交ベクトルの系列 p_1, p_2, \dots, p_n

を、適当な p_0 と $\beta_0 = \gamma_0 = 1$ から出発して、Pの列を

$$\beta_i p_{i+1} = \gamma_{i-1} p_{i-1} + \alpha_i p_i - A p_i$$

にしたがい、直交ベクトルの列として、順次更新していくと、TはAと相似であるから、固有値がすべて一

致する。これは、冒頭で述べた各語の文全体への貢献を読みとることに自然に対応する。Aはn次正方行列であり、Aが対称なら、 $\beta = \gamma$ で、上式右辺のノルムである。Aが非対称の場合は、Aの転置行列に対する直交ベクトルを、

$$\gamma_i q_{i+1} = \beta_{i-1} q_{i-1} + \alpha_i q_i - A^T q_i$$

から同時に生成する。

三重対角化行列の対角を挟んだ3成分(γ, α, β)が、文中の連続する3語(3-グラム)の語義ベクトルを線形結合するウェイトであり、これらの語の意味に対して動的に配分されるアテンション(注目の強さ)に対応するものと解釈できる。

三重対角化された語義行列は、元の語義行列と同じ固有値を持ち、またその固有ベクトルはウェイトの一次式を逐次代入すれば求まる。元の語義の固有ベクトルは、三重対角化に用いた直交ベクトルで変換することができる。

ちなみに三重対角化アルゴリズムの一つとして知られるLanczos法[6,9]は、直交性が崩れやすく数値的に不安定なため標準的解法として用いられないが、Householder法に満足できない場合、とくに大規模疎行列では優位性があるとされる。また興味深いことに、低ステップで計算を打ち切ることによって両極に近い固有値の正確な近似が得られるという利点がある。この軽快性・儉約性は、判断や決定のヒューリスティクスを実現しているメカニズムの候補として注目に値する。対角成分 α は、レイリー商 $q^T A p / q^T p$ を再帰的に計算するので、いわば心の中で繰り返される非協力ゲームを表現する。

図4にカエルの語義を表す行列の三重対角化の実行例を示す。

```
?- test_gloglog_kaeru( Alpha, Beta, Gamma, lanczos_x, 5 ).
1.000 0.000 -2.237 1.191 -2.782 diagonal entries(alpha)
1.732 5.099 2.710 11.416 10.290 upper subdiagonal entries(beta)
1.732 3.857 2.680 10.479 8.908 lower subdiagonal entries(gamma)
matrix form:
1.000 1.732 0.000 0.000 0.000
1.732 0.000 3.857 0.000 0.000
0.000 5.099 -2.237 2.680 0.000
0.000 0.000 2.710 1.191 10.479
0.000 0.000 0.000 11.416 -2.782
eigen values | vectors(tridiagonalized):
[1]-12.274784 | 1.0000 -7.6642 18.1102 -56.1736 62.0075
[2]-5.737209 | 1.0000 -3.8897 4.0369 0.3224 -1.1432
[3]0.513073 | 1.0000 -0.2811 -0.3680 0.0267 0.0848
[4]3.958183 | 1.0000 1.7079 0.9861 -0.1764 -0.2742
[5]10.712369 | 1.0000 5.6074 11.4408 46.6918 36.2587
```

図4 「カエル」の語義を説明する文の三重対角化

語義データベースから得られる行列は明らかに疎であり、行列演算というより、ルールベースシステムに

近い方法で計算できる。実際、Gloglog からベクトル・行列表現に再翻訳することができる。また本論文ではこれ以上立ち入らないが、認知活動を表す行列をオブザーバブルに読み替えることで、量子力学のアナロジーにもなっている。

5. メンタルアカウンティング, 関連研究

自然言語処理技術では、形態素解析、構文解析、意味解析、語用論的あるいは談話的解析などの処理区分があり、それぞれの領域の専門的知識が必要となる。そこで、かつてエージェントの集団による計算的言語理解が開拓された。1970年代には、語にかんする異なる知識源が共同して語義の曖昧性を解消する AI システム[7,10,11]が試作された。文を読むデーモンたちが共同する黒板モデルは情報処理心理学の教科書[7]の表紙を飾った。期待されたのは音声理解、質問応答、翻訳、議論、物語理解などへの応用、つまり人間と会話できるコンピュータである。

本論文のアプローチは、これらの先駆的な AI システムとは異なり、語義のネットワークのみに集中する。Yale 大のグループが開発した BORIS システム[7]では、記憶の認知科学的モデルに基づき、多様な知識源を駆使して、離婚の物語についての深い理解を行う。逆に、この文理解モデルには、語義の循環性や知識源たちの行う提携のゲーム論的基礎はほとんど考察されない。

語義を再帰的に辞書から引くだけなので、節形式を擬しているが、論理的な推論はほとんどできない。いわば芋づる式に記憶を参照しているだけである。唯一、Gloglog に論理性を与えているものは、ある種の配分が、語の提携によって拒否されるということである。コネクショニストの分散表象モデルにおいて、隠れ層がユニット間の競争を抑制し、排他的論理和や条件命題のような論理性を模擬するのと同様の基礎になりうる。

新規の語に対しては、分散表象モデルの一種である Junction モデル[4]が提案されている。語彙記憶にパターン照合しないので、文字の図的な規則性に着目する非語彙記憶の利用が促される。黒田[5]は記憶に基づく言語観から、文法的ルールに基づく文生成を否定し、PL モデル (Pattern Lattice Model) を提案している。非確定要素を含む語の並びのリストの集まりから、文の使用に即してパターン照合される。文の使用例は、Prolog における匿名変数のように扱われ、事実節として蓄積され単一化されて使われる。Gloglog では事実節ベースの

パターン照合を計算基盤とする PL とは正反対に、ルール形式だけが蓄積される。黒田はかつて AI システムで標準的だったルールベース技術を失敗要因と見ている[5]。それが技術的ボトルネックを持つという認識は正しいかもしれない。しかし多数の事実節の単一化もまたネットワークフローとして表現される。語彙をネットワークの活動パターンとしてベクトル表現すること自体は、コネクショニスト、PL、および本論文のアプローチに共通する。

最後に、文理解の領域から、消費意思決定の認知モデルに視点を転換し、メンタルアカウンティングを心の中の市場モデルから説明することができることを示そう。メンタルアカウンティング[14]は、活動にラベルを付け、予算を配分し、他にお金を使えないようにする約束ごとであり、複数の財布を心の中の独立したエージェントたちにそれぞれ与えることに等しい。エージェント間での予算の機動的な再配分 (ファンジビリティ) が阻止されることによって、計画的な消費 (将来のための貯蓄) の意志が、衝動買いの欲求に対抗する。これはいわば実用的なおキシモロンである。すなわち、(短期の視点での) 合理性の限界を自らに課すことによって (長期の視点での) 合理的な行動を可能にする。市場モデルにあてはめると、メンタルアカウンティングは、仮想的な不可分財があるトレードサイクルに割当済みで、他の活動との間での改善する提携が存在しないことを意味する。

6. まとめ

本論文では文理解を、市場取引 (トレード) として解釈し、協力ゲーム理論における市場モデル、循環フローに対応する節形式プログラム、および行列の三重対角化という互いに領域の離れた数理モデルを結びつけてインフォーマルかつ柔軟に直観的な解釈を加えることにより、語義のネットワークから文の意味を計算する認知モデルの基礎を考察した。文理解の基本モデルは不可分財市場アルゴリズムであるトップトレーディングサイクルに相当する。三重対角化は、循環性を持った節形式が連結したネットワーク上の活動 (フロー) として文の意味を「考える」人間の文理解のアルゴリズム的な基礎、あるいはより広い領域でのヒューリスティックスの基礎を与える可能性がある。実際、行動経済学で言うメンタルアカウンティングは、心の中の割当市場モデルとの対応を論じることができた。

付録

WordNet[3]における語義の説明は gloss と呼ばれ、語義ごとに異なる synset 記号が割り振られている。例えば、「カエル」という語の意味は、日本語版の WordNet によると、「跳躍するための長い後肢のある種々の尾のないぽっちゃりした体を持つ両生類の総称；半水生と、陸生の種」と記述されており、'01639765-n' という synset が割り振られた 2 個のデータからなる。同じ synset は「蛙」と「蝦」にも割り振られている。Synset 記号に基づいて、品詞、同義語、反義語、上位語などの語彙関係データが提供され、自然言語処理の研究者や AI システム開発者に利用されている。

本文 3 節では語義 DB 中の語で文内の文字列を、語の間の包含関係なしに分割する手続きを用いている。例えばカエルの語義は[0:跳躍,2:する,4:ため,7:長い,9:後肢,12:ある,14:種々,17:尾,19:ない,21:ぽっちゃりした,28:体,30:持つ,32:両生類,37:称]および[0:半,1:水,2:生,5:陸,6:生,8:種]に分解される。語の前の数字はその開始位置を示す。文中の残りの部分は、いくつかの断片的な文字列（未知語）となる。実際、[6:の,11:の,16:の,18:の,29:を,35:の総]と[3:と、,7:の]には WordNet 内に対応する語がない。

本文で示されたコンピュータ実験では、synset による名義的な語義の区別と、語義における説明・被説明の関係のみを使用した。WordNet のデータから語義の節形式プログラムを生成するための Prolog プログラム、節形式から行列への変換、行列演算および Lanczos 法などによる三重対角化と固有値問題の解法の Prolog プログラムは、いずれも筆者自身で作成した。Prolog の標準的なシステム述語とそこに組み込まれた OSS の数値計算ライブラリの他に特別なライブラリは用いていない（はずである）。Windows 10 OS 64 bits が稼働する PC 上で SWI-Prolog 7.6.4 を用いた。

謝辞

査読者から貴重なご助言と関連文献についてのご教示を頂いた。ここに謝意を記す。もちろん本文中に含まれる過ちはすべて筆者の責に帰す。

文献

[1] Allwood, J. 2003. Meaning potentials and context: Some consequences for the analysis of variation in meaning. In *Cognitive Approaches to Lexical Semantics*, pp. 29-66.

- [2] 藤重悟, 2002. 『グラフ・ネットワーク・組合せ論』 共立出版.
- [3] Isahara, H., Bond, F., Uchimoto, K., Utiyama, M., and Kanzaki, K., 2008. Development of Japanese WordNet. In *LREC-2008*, Marrakech.
- [4] Kello, C. T., 2010. Considering the junction model of lexical processing. In S. Andrews ed., *From Inkmarks to Ideas*. Psychology Press, pp. 80-105.
- [5] Kuroda, K., 2009. Pattern lattice as a model for linguistic knowledge and performance. In *Proceedings of the 23rd Pacific Asia Conference on Language, Information and Computation*, Vol. 1, pp. 278-287.
- [6] Lanczos, C. (1950). An iteration method for the solution of the eigenvalue problem of linear differential and integral operators. Los Angeles, CA: United States Government Press Office.
- [7] Lehnert, W. G., Dyer, M. G., Johnson, P. N., Yang, C. J., & Harley, S. (1983). BORIS—An experiment in in-depth understanding of narratives. *Artificial Intelligence*, 20(1), 15-62.
- [8] Lindsay, P. H., & Norman, D. A., 2013. *Human information processing: An introduction to psychology*. Academic press. (中溝幸夫他(訳). 『情報処理心理学入門 I,II,III』サイエンス社, 1983, 1984, 1985.)
- [9] 名取亮・野寺隆 1986. ランチョス法とその後, 数理解析研究所講究録 585, 275-293.
- [10] Rieger, C., & Small, S.L., 1982. Parsing and comprehending with word experts (a theory and its realization). In W. G. Lehnert ed., *Strategies for Natural Language Processing*, Lawrence Erlbaum, pp. 89-147.
- [11] Small, S. L., 1979. Word expert parsing. In *Proceedings of the 17th Annual Meeting on Association for Computational Linguistics*, pp.9-13.
- [12] Shapley, L., & Scarf, H., 1974. On cores and indivisibility. *Journal of Mathematical Economics*, 1(1), 23-37.
- [13] 鈴木光男・武藤滋夫, 1985. 『協力ゲームの理論』東京大学出版会.
- [14] Thaler, R. H., 1999. Mental accounting matters. *Journal of Behavioral Decision Making*, 12(3), 183-206.