

# 図的推論における意味情報と視覚情報

## Semantic and visual information in diagrammatic reasoning

佐藤 有理, 和嶋 雄一郎\*, 植田 一博  
Yuri Sato, Yuichiro Wajima, Kazuhiro Ueda

東京大学大学院 情報学環  
Interfaculty Initiative in Information Studies, The University of Tokyo  
sato@iii.u-tokyo.ac.jp, wajima@iai.osaka-u.ac.jp, ueda@gregorio.c.u-tokyo.ac.jp

### Abstract

We analyze the information discrepancy between diagrammatic representations and logical reasoning. Diagrammatic representations contain semantic information, which is based on the topological configurations of objects, and visual information, such as geometric location. In principle, visual information is unnecessary to the validity of logical reasoning. However, people occasionally do not ignore irrelevant information. This phenomenon can lead to mistakes in logical reasoning. We addressed this issue with two psychological experiments using eye-tracking, focussing on the use of Euler diagrams for solving syllogistic reasoning tasks with no valid conclusion.

**Keywords** — diagrammatic reasoning; accidental feature; diagram particularity; logical reasoning; NVC task; eye-tracking

### 1. はじめに

図形の使用が正しく論理推論を行うことに役立つと言われてきた[3, 10]。しかし、(前提情報を正しく表現している図形であっても) 図形が人間の推論を妨害することがあるのではないだろうか。これは、図形と論理推論における情報乖離から生じると我々は考える。

図形は、位相的配置に基づいた意味論的信息と幾何学的位置のような視覚情報の両方を持つ。例えば、オリンピックシンボルのような図形では、青円と黄円には共通部分があり、青円は黄円よりも左側に位置している。一方で、論理推論の妥当性は、特定の内容を持った語ではなく、論理結合子や量子子の意味論的信息によってのみ決まる。この論理的な意味論的關係は、図形の位相的配置として表すことが可能である。ここでは、図形の幾何学的性質のような視覚情報は、論理推論の妥当性判断には不必要である。しかし、人間は、個々の図形の大きさや形といった幾何学的視覚情報に敏感であるため、そうした非本質的で無関係な情

報を完全に遮断することができない。これが論理推論における誤りをもたらすと考えられる。

これは、図的推論の従来理論研究では、図形の「偶然的性質」がもたらす効果として考えられてきた([1, 13, 16])。我々は特に、論理推論には不要な幾何学的情報に注視することで、必要な位相的意味情報に十分な注意が向けられないことを、「図的推論の視覚バイアス」と呼び[12]、それが実際にどのような状況で起こるのかを検討する。

### 2. 課題分析

特に本研究は、与えられた前提から妥当な結論が何も導かれないということ判断する、いわゆるNVC課題に注目する。後述するように、NVC課題を典型的な状況として、図形が、正しく前提情報を表現しているにも関わらず、推論を妨害し、特定の正しくない結論を選択するように誘導しようと考える。また図形としては、オイラー図(円の空間的關係が集合論的關係を表す図形)に注目する[9, 7]。我々が用いたオイラー図は以下の三つのタイプに分類される: (1) 大きさが固定された円を持つ図I, (2) 大きさが固定された円を持つ図II, (3) 大きさが変更可能な円を持つ図。

**大きさ固定の図I** 大きさ固定の図Iでは、結論図における全ての円配置を構築するのに十分な円の大きさが設定されている。例えば、Fig. 1のケースを考えてみよう。前提「どのBもAでない」は $D_1$ として、前提「すべてのBはCである」は $D_2$ として表されている。この二つの前提図を統合して結論図を得ようとしても、CとAの円の間には決まらない。大きさ固定の図Iでは、可能な三つの円配置( $D_3, D_4, D_5$ )を網羅的に列挙して、それらの全てにおいて成り立つCとAの關係がないということからNVCを判断することができる。あるいは、 $D_4$ のようにCとAの円を部分交差の形に置く戦略もとることができる。この時、「すべてのCはAである」も「どのCもAでない」も妥当な結論とは成り得ない。さらに、この三段論法課題において、存在命題は含まず、オイラー図の個々の領域に存在を指定しないとすれば、成り立つ結

\*現所属: 大阪大学未来戦略機構 (Institute for Academic Initiatives, Osaka University)

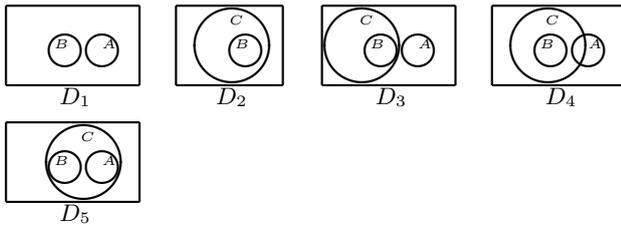


Fig. 1 大きさ固定の図Iを用いたNVC課題の推論

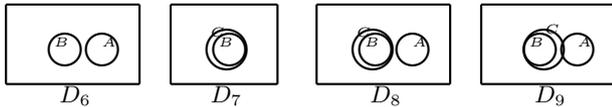


Fig. 2 大きさ固定の図IIを用いたNVC課題の推論

論はないと判断することができる。このように、大きさ固定の図Iでは、両立しない結論図を複数列挙する戦略と、部分交差の形に円を置く戦略の両方をとることができ<sup>1</sup>、推論においてポジティブに働くことが予測された。

**大きさ固定の図II** 円の大きさを少し変えた大きさ固定の図IIについて、Fig. 2のケースを通して考えてみよう。D<sub>6</sub>は前提「どのBもAでない」に対応し、D<sub>7</sub>は前提「すべてのBはCである」に対応している。D<sub>7</sub>では、円Cの大きさがFig. 1のD<sub>2</sub>のときよりも小さくなっている。二つの前提図を統合して結論図を作ろうとすると、ほぼ自動的にD<sub>8</sub>のような円Cと円Aが離れている配置の図が得られる。さらに、円Cをできるだけ右側に慎重に置けば、D<sub>9</sub>のような部分交差の円配置を構築することができる。しかし、Fig. 1のD<sub>5</sub>に対応するようなAがCの内側にあるような配置の図は得られない。このように、大きさ固定の図IIでは、三つ全ての円の関係が網羅されていないので、両立しない結論図を複数列挙する戦略をとることは難しい。また、必要最低限の大きさの円を使用しているため、部分交差の形に円を置く戦略をとることは可能であるものの、こちらも容易ではない。とはいえ、与えられた円の大きさが最適な大きさでないとしても、論理推論の妥当性判断でその現前の図に固執する必要はなく、位相的意味論的關係が成り立つ限りにおいて異なる大きさを想定することができる。しかし、一定数の推論者は、図形の幾何学的視覚情報を過度に注視し、視覚バイアスに影響されてしまう。それによって、大きさ

<sup>1</sup>両立しない結論図を複数列挙する戦略と、部分交差の形に円を置く戦略は、反例モデルの構築を行っているという点で共通している[11]。ここで記述しているオイラー図は、選言的情報を表すようなデバイスを含まない単純な表現系であり、整合的な状況だけしか表すことができない[2, 6, 14]。この性質が、論理推論において、ひとつの結論図を反例モデルとして扱うことを可能にさせている。

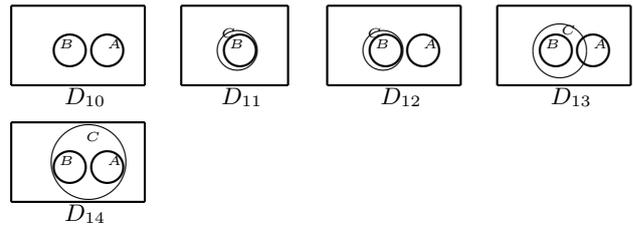


Fig. 3 大きさ変更可能な図を用いたNVC課題の推論

固定の図IIは、推論においてネガティブに働くと予測された。

**大きさ変更可能な図** 大きさを変更可能な円を持つオイラー図について、Fig. 3のケースを通して考えてみよう。D<sub>10</sub>は前提「どのBもAでない」に対応し、D<sub>11</sub>は前提「すべてのBはCである」に対応している。ここで、それぞれの円のデフォルトの大きさは、Fig. 2のD<sub>6</sub>とD<sub>7</sub>と同じであり、大きさを変更することができる（変更可能な円Cは細い線で描かれている）。ここでは、可能な三つの円配置（D<sub>12</sub>、D<sub>13</sub>、D<sub>14</sub>）を網羅的に列挙することができるので、両立しない結論図を複数列挙する戦略をとることができる。また、D<sub>13</sub>のように部分交差の形に円を置く戦略もとることができる。これらのことから、大きさ変更可能な図では、視覚バイアスが軽減しパフォーマンスが改善されると予測された。

### 3. 実験1

実験1では、大きさ固定の図IとIIを使用し、図形の視覚バイアスが推論パフォーマンスにどのような影響を与えるのかを調べた。

#### 方法

45名の学生(平均20.1歳)が実験に参加した(募集方法や実験方法は、東京大学大学院総合文化研究科・倫理審査委員会の承認を受けた)。実験参加者は、無作為に24名を実験1a(PCトラブルが起きた1名と反応時間が平均から2SD離れた1名を分析から除外)、21名を実験1b(教示に従わず図を動かさなかった1名を分析から除外)に分けた。

PC画面上に三段論法推論課題(全称量化文とその否定)がオイラー図とともに提示された。実験1aでは、Fig. 4のように、大きさ固定の図Iが画面中央に提示された。実験1bでは、Fig. 5のように、大きさ固定の図IIが画面中央に提示された。4題のNVC課題(*All B A & No C B*; *All B A & No B C*; *No B A & All B C*; *No A B & All B C*)、5題の妥当な結論を持つ三段論法が用意された。二つの前提文は対応するオイラー図の上にそれぞれ提示された。結論文は、画面右の選択肢「すべてのCは

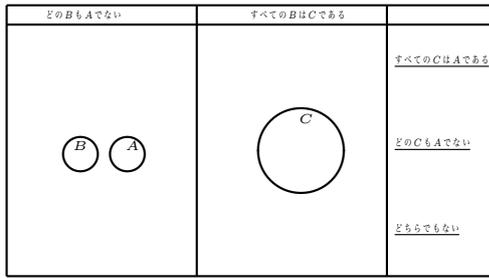


Fig. 4 大きさ固定の図Iを用いた実験1aの課題

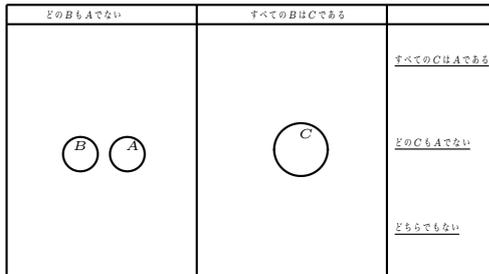


Fig. 5 大きさ固定の図IIを用いた実験1bの課題

Aである」「どのCもAでない」「どちらでもない」より選ぶことが求められた。さらに、二つの前提文の結論として成り立つ文を考える際に、画面上の図を使用すること、具体的には円Cの画像をドラッグして左に移動すること（左側の図は動かさない）が求められた。

参加者ごとに個別に実施された。参加者は最初に、オイラー図の意味について教示を受けた。この教示では、推論課題におけるオイラー図の操作方法についての記述は含まれず、図示されたオイラー図を例として、オイラー図表現系におけるシンタクスとセマンティクスの対応が説明された。課題はまずFig. 4やFig. 5のように、フレームがついた状態で提示され、5秒後にそれが画面から消えたと同時に課題を解き始めるよう指示された。開始前に、一つの例題 ( $All A B \ \& \ All B C; \ All A C$ ) が与えられた。時間制限は設けなかった。

本実験の手法は、大きさ固定の(特定の大きさを持つ)オイラー図を直接操作させるものであり、この点で、推論者の注意を図形の位相的性質だけでなく、視覚的(幾何学的)性質にも集めることが期待された。円画像の移動を記録するために、実験課題はPython (Ver. 2.4.4)・Pygame (Ver. 1.9.1)において実装し、また、アイカメラ (Tobii TX300) を用いて実験参加者の視線を記録した。停留 (fixation) は、I-VT filterの初期設定 (30°/sec velocity threshold; 60 msec minimum fixation duration) に従った。

### 結果と考察

実験1aでは、88.6%の参加者が両立しない結論図を複数列挙する戦略あるいは部分交差の形に円を

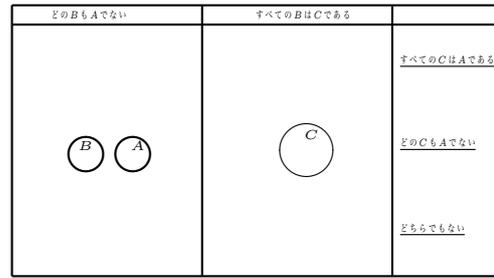


Fig. 6 大きさ変更可能な図を用いた実験2の課題

置く戦略のいずれかをとっていた。また実験1bでは、67.5%の参加者が部分交差の形に円を置く戦略、32.5%の参加者が円CをAの外側におく(誤った)配置を構築していた。これは、課題分析で示したプロセスの心理学的妥当性を示唆している(戦略プロセスの詳細な分析は、[11, 12]を参照)。

NVC課題の正当率(92.0%)は、実験1bの正当率(76.3%)よりも有意に高かった (Mann-Whitney  $U = 143, P = 0.023$ )。この結果は、図的推論の視覚バイアスの存在を支持すると考えられる。

## 4. 実験2

視覚バイアスが実際に存在するとすれば、現前のものとしての図形をバリエーション(あるいはインスタンス)として扱う「大きさが変更可能な円を持つオイラー図」を使用することで、視覚バイアスが軽減しパフォーマンスが改善されると予想した。

### 方法

実験2は、異なるタイプのオイラー図を使用する点を除き、実験1とほぼ同様の方法で実施された。25名の学生(平均19.3歳)が実験に参加した。そのうち、実験中にPCトラブルが起きた2名と反応時間が平均から2SD離れた1名を分析から除外した。

実験2では、円の大きさを変えることができる条件が設定された。円Cの画像をドラッグにより左に移動することに加えて、マウスホイールのスクロールによって円Cの大きさを(必要があれば)変更するように指示された。円のデフォルトの大きさは実験1bのものと同じにされた。Fig. 6のように、円Cの線は、周囲の線よりも細く設定された。

### 結果と考察

実験2では、86.4%の参加者が、両立しない結論図を複数列挙する戦略あるいは部分交差の形に円を置く戦略のいずれかをとっていた。

実験2のNVC課題の正当率(92.0%)は実験1bの正当率(76.3%)よりも有意に高かった (Mann-Whitney  $U = 140.5, P = 0.019$ )。この結果は、図的推論の視覚バイアスの改善を支持すると考えられる。

加えて、実験1bと実験2における実験参加者の視線データを分析した。実験1bでは、不正解項

目での課題遂行中の前提文における停留 (fixation) は、平均2.680秒であったのに対して、正解項目では3.420秒であった。実験2においても、不正解項目の0.075秒に対し、正解項目では2.391秒であった。NVC課題で正解と不正解の両方を示した参加者と過半数以上のデータが適切に得られた者のみを分析対象としたため、適切に統計分析を行うのに必要なサンプル数を得ることはできなかったが、不正解項目では前提文への注視は少なく、正解項目では多い傾向が見られた。これは、不正解パフォーマンスでは、文と図が共有する意味論の情報よりも図の幾何学的視覚情報を注視する視覚バイアスが起きていたこと、一方で正解パフォーマンスでは、意味論的信息に十分な注意が向けられ視覚バイアスが軽減していたことが考えられる。

## 5. 総合考察

実験1においては、図形の視覚的幾何学的大きさが推論パフォーマンスに影響を与えることが示された。実験2においては、図形の大きさを変更可能にする(位相的意味情報を強調する)ことによって、推論パフォーマンスへの影響が抑えられることが示された。これらの結果は、図的推論における視覚バイアスの存在を示唆している。

図形の視覚バイアスは、パークリヤカント、ライプニッツら哲学の文脈で古くから知られた「図形の個別性(一般性)」の問題の一側面である。つまり、紙に描かれた図(外的表象としての図)は、個別のものであるだけで、原理的に、個別の図から構築された主張は個別の事例においてのみ成り立ちうる。それゆえ、個別の図から一般的主張を導くことはできない(cf. [5, 15, 4])。哲学では、このように数学的形式化のような特殊な場面でのみ重要な原理的問題として議論されてきた。認知科学では、前述の「偶然的性質」のように理論的分析から予測される認知ポテンシャルとして従来扱ってきたが、本研究の「視覚バイアス」は、さらに実際に検証可能な形でこれを定式化している。

今回の研究では、単純な量化文を用いた論理推論、特にNVC課題におけるオイラー図の大きさの問題に注目して、図的推論の視覚バイアスを検討した。おそらく同様の知見は、一次元形態のオイラー図であるライプニッツ線図[8]においても成り立つだろう。しかしこれは、図形の偶然的性質や視覚バイアスの一部でしかない。例えば、図に色をつけて補色や反対色によって、推論行動を誘導することができるかもしれない。さらに、空間推論において、図形の点や個体が位置づけられている軸を様々に傾けたり、不確定な確率表現を含む文の推論において、相対的な大きさの判断を惑わ

すように様々な形の長方形を使用することができるだろう。これらの検証を進めていくことは、図形の偶然的性質や視覚バイアス全般を理解するための重要な課題である。

## 謝辞

本研究は、JSPS特別研究員奨励費(25-2291)ならびに科研費基盤研究B(25280049)の助成を受けた。

## 参考文献

- [1] Barwise, J. & Etchemendy, J. (1991). Visual information and valid reasoning. In *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*, MAA Notes 19 (pp. 9–24). Washington, DC: Mathematical Association America.
- [2] Barwise, J. & Etchemendy, J. (1994). *Hyperproof. CSLI Lecture Notes 42*. Stanford: CSLI Publications.
- [3] Bauer, M. & Johnson-Laird, P.N. (1993). How diagrams can improve reasoning. *Psychological Science*, 4, 372–378.
- [4] 稲岡大志 (2010). 幾何学における抽象と記号-ライプニッツの「幾何学の哲学」の可能性. *哲学*, 61, 165–179.
- [5] Kulpa, Z. (2009). Main problems of diagrammatic reasoning. Part I: The generalization problem. *Foundations of Science*, 14, 75–96.
- [6] Lemon, O. & Pratt, I. (1997). Spatial logic and the complexity of diagrammatic reasoning. *Machine Graphics and Vision*, 6, 89–108.
- [7] Mineshima, K., Sato, Y., Takemura, R., & Okada, M. (2014). Towards explaining the cognitive efficacy of Euler diagrams in syllogistic reasoning: A relational perspective. *Journal of Visual Languages and Computing*, 25, 156–169.
- [8] Politzer, G., van der Henst, J.-B., Luche, C.D., & Noveck, I.A. (2006). The interpretation of classically quantified sentences: A set-theoretic approach. *Cognitive Science*, 30, 691–723.
- [9] 佐藤有理, 峯島宏次, 竹村亮, 岡田光弘. (2011). 図形を用いた演繹的推論の認知プロセス. *日本認知科学会第28回大会論文集* (pp. 269–274).
- [10] Sato, Y., Mineshima, K., & Takemura, R. (2010). The efficacy of Euler and Venn diagrams in deductive reasoning: Empirical findings. In *Proc. Diagrams 2010, LNAI 6170* (pp. 6–22). Heidelberg: Springer.
- [11] Sato, Y., Wajima, Y., & Ueda, K. (2014a). An empirical study of diagrammatic inference process by recording the moving operation of diagrams. In *Proc. Diagrams 2014, LNAI 8578* (pp. 192–199). Heidelberg: Springer.
- [12] Sato, Y., Wajima, Y., & Ueda, K. (2014b). Visual bias of diagram in logical reasoning. In *Proc. 36th Annual Conference of the Cognitive Science Society* (pp. 2342–2347). Austin, TX: Cognitive Science Society.
- [13] Shimojima, A. (1996). *On the Efficacy of Representation*. PhD thesis, Indiana University.
- [14] Shimojima, A. (2002). A logical analysis of graphical consistency proofs. In *Logical and Computational Aspects of Model-Based Reasoning* (pp. 93–115). Netherlands: Springer.
- [15] Shin, S.-J. (2012). The forgotten individual: diagrammatic reasoning in mathematics. *Synthese*, 186, 149–168.
- [16] Stenning, K. & Oberlander, J. (1994). Spatial inclusion and set membership: A case study of analogy at work. In *Advances in Connectionist and Neural Computational Theory: Vol.2* (pp. 446–486). Ablex.