

# 定言三段論法推論の内容効果と等確率性仮定： 確率サンプリング・モデルによる検討

## Probability sampling model of categorical syllogistic reasoning: Content effects and equiprobability hypothesis

服部 雅史<sup>†</sup>  
Masasi Hattori

<sup>†</sup>立命館大学  
Ritsumeikan University, Department of Psychology  
hat@lt.ritsumei.ac.jp

### Abstract

本研究は、定言三段論法推論の確率サンプリングモデル（服部, 2011）が格効果や内容効果などを説明できることを実証した。89名の参加者が12個の三段論法推論課題に回答した。参加者の回答パターンはモデルの予測と高い一致を示した。このモデルは、現在最も有力な二つの理論、メンタルモデル理論と確率ヒューリスティック・モデルを統合するものであるが、本実験結果は、従来の理論では説明できないものである。

**Keywords** — syllogisms, deductive reasoning

### 1. はじめに

服部(2011)は、定言三段論法推論（categorical syllogism; 以下では単に三段論法とする）の確率サンプリング・モデル(probabilistic sampling model; PSM)を提案した。このモデルは、ヒューリスティックな推論を支えると考えられる確率的表象から、演繹に必要とされる離散的表象が生成されることを仮定するもので、両者の橋渡しのために、確率的サンプリングという新しいアイデアを取り入れたものである。同時に、三段論法推論の理論として現在のところ最も有力な二つの理論、すなわち、メンタルモデル理論(mental models theory [MMT]; Johnson-Laird, 1983; Johnson-Laird & Byrne, 1991)と確率ヒューリスティック・モデル (probabilistic heuristic model [PHM]; Chater & Oaksford, 1999) から重要なアイデアを受け継いでおり、それぞれの短所を克服した上で両者を統合する理論を提供している。それだけでなく、このモデルは、両理論で説明が困難な格効果や内容効果などの意味論的影響による回答パターンの変化を詳細に予測でき

る可能性がある。

MMT には、モデルの予測が不正確という問題がある。MMT は、正答に必要なメンタルモデルの数が推論の難易度を決めるとするが、メンタルモデルの数は最大3個までしかないので、難易度も3段階しかしないことになる。また、MMT は、正答率や、複数の不正解の各発生確率については何も予測しない。

その点 PHM は、MMT とは対照的に、各形式における各反応の頻度まで正確に予測する反面、格の違いによる三段論法の難易度の違い（以下では格効果 figural effect とする）や内容効果(content effect)については説明できない。たとえば、次の第1格の三段論法（両前提文とも A 型 [「すべての～」という型] なので AA1 とよばれる）は易しいが（通常、正答率は9割以上）、

$$\begin{array}{l} \text{すべての } M \text{ は } P \text{ である} \\ \text{すべての } S \text{ は } M \text{ である} \end{array}$$

∴ すべての S は M である

次の三段論法（AA3型）は難しい（通常、正答率は6割程度）。

$$\begin{array}{l} \text{すべての } M \text{ は } P \text{ である} \\ \text{すべての } M \text{ は } S \text{ である} \end{array}$$

∴ いくらかの S は M である

しかし、PHM はこれらの正答率の違いを説明することはできない。また、PHM は、複数のヒューリスティックを同定しただけで、解決の際の心的表象や処理過程については一切の言及がない点に大きな不満が残る。

PSM は、以上のような両理論の問題点をすべて

解消する。モデルの概要を Figure 1 に示す。PSM に特徴的なのは、論理関係を表す心的表象（後述の確率原型モデル）に確率値が付与されている点である。たとえば、「すべての  $X$  は  $Y$  である」という言明がある場合、被覆度パラメータ  $c$  によって、 $P(X) = c P(Y)$  として  $X$  と  $Y$  の大きさ（確率）の違いが規定される。このパラメータは、 $c = 1$  のとき  $X$  と  $Y$  が（等確率で）完全に一致し、 $c$  が 0 に近づくほど  $X$  と  $Y$  の確率の大きさが異なることを表す。

PSM では、 $c$  が格効果を含む回答選択率の違いを予測することから、 $c$  の影響が大きい課題材料を使ったときに PSM の妥当性とアドバンテージが明確に表れると予想される。ところが、過去の実験データを用いた推定では、 $c \approx 1$  となる（等確率性の仮定がなされる）ことが知られており（服部, 2011）、この場合、格効果は最小化する。そこで、本研究では、確率判断（帰納）に関して有効性が実証された方法（Hattori & Nishida, 2009）、すなわち、既存知識を利用して参加者の等確率性仮定を崩し  $c$  を操作する方法を、三段論法（演繹）に応用する。このような操作は、内容効果と呼ばれる課題材料の意味の影響にも直接的に関係し、データへのモデルのフィットを比較することで、PSM の妥当性と適用範囲の広さを実証することが期待できる。同時に、この方法を用いた結果の整合性から、演繹と帰納に共通の枠組み構築の可

能性を探ることにもつながると考えた。

## 2. モデル

以下では、PSM の概要と服部(2011)からの変更点を述べる。モデルの基本的な仕様の詳細については、服部(2011)を参照されたい。

### 2.1. モデルの概要

PSM は、三段論法の推論において、われわれは前提文が規定する論理関係を網羅的に確かめるのではなく、実際に「ありそうな」状況を想定して、事例に基づいて「論理的に」推論すると仮定する。ここで、「ありそうな」状況の表象が確率原型モデル(probability prototype model; PPM)であり、事例に基づく論理的推論を行うための表象が標本メンタルモデル(sample mental model; SMM)である。

確率原型モデルは、各論理領域に確率情報が付与されたオイラー円表象と等価である。通常のエイラー円表象では、集合の論理的関係だけが問題とされるので領域の大きさは意味を持たないが、PSM では各論理領域の確率情報が重要な意味を持つ。演繹においては、規範的には確率情報は不要であるが、そのような不要な情報が推論に影響を及ぼしているとするのが、本理論の要点の一つである。まず、この点で PSM はこれまでのどの理論とも明確に異なる。

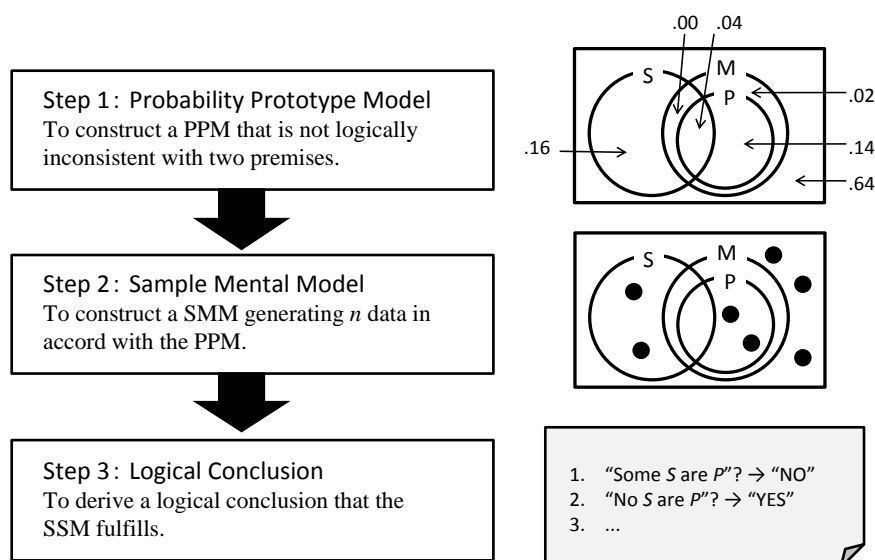
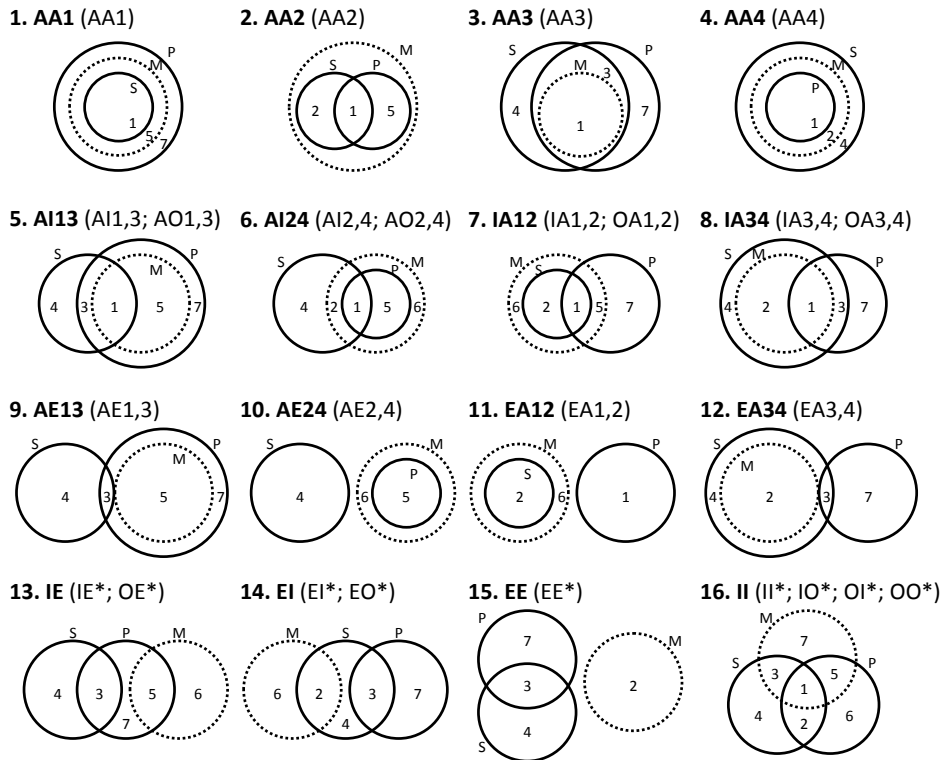
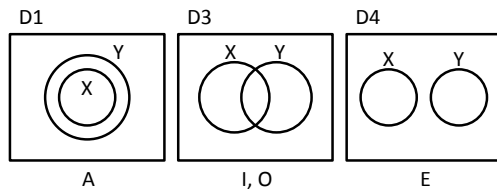


Figure 1. The outline of PSM: in the case of AI2.



**Figure 2.** The probability prototype model for each syllogism expressed by Euler circle forms. Each model corresponds to syllogisms listed up in parentheses and asterisks indicate wildcard (e.g., IE\* indicates IE1,2,3,4). S, M, and P indicate syllogistic terms and Arabic numerals indicate the logical status of the corresponding areas (e.g., 1 indicates S and M and P; see the note to Table 1).



**Figure 3.** Euler circles representing A, I, E, O.

PSM のもう一つの要点は、有限少数個の個物に基づく論理関係の査定である。この段階で標本メンタルモデルが用いられる。連続的な確率情報を伴う表象(PPM)から、論理的推論を行うための離散的な表象(SMM)を構成するために、無作為抽出のアイデアが導入される。なお、本理論は、クラスの表現に有限個の個物を用いるという点で MMT のアイデアを受け継いでいるが、MMT のように個物の個数に寛容ではない。われわれの作業記憶には容量的限界があるため、あまり多くの個物を同時に考えることは難しいと仮定する。モデルが三段論法の回答を導く過程は次の 3 ステップ

から構成されるものとする (Figure 1)。

1. 確率原型モデル(PPM)の構成：二つの前提文から論理的に矛盾のないよう PPM を構成する (Figure 2)。
2. 標本メンタルモデル(SMM)の構成：PPM に従って有限少数個のデータをランダムに発生させ、SMM を構成する。
3. 論理的結論の生成：構成された SMM が満たす論理的関係を順次検証し、満たされたものを結論とする。

## 2.2. モデルの詳細

PSM の服部(2011)からの変更点は、パラメータに関する 3 点だけである。すなわち、注目度パラメータ  $a$  を廃止した点、パラメータ  $x, c$  を課題毎に推定する点、新たに最大ヒューリスティックに対応する四つの半固定パラメータ ( $U_A, U_I, U_E, U_O$ ) を導入した点である。以下、順に説明する。

PPM は、独立性最大化の原則によって構成され

る。まず、三段論法の前提文の形式は、A, I, E, O の4種類であるが、各形式のオイラー円表現は一意に定まらない。そこで、命題に関する部分集合の確率（部分集合に属する事例の生起確率）に関して最も制約が少なくなる場合を考え、前提文 A, I, E, O のオイラー円表現を D1, D3, D4, D3 とする (Figure 3)。次に、三段論法を解くためには二つの前提文を組み合わせる必要があるが、その際にも、M の条件付きで S と P の間に独立を最大化すること仮定する。つまり、端名辞の間に中名辞の条件付き独立関係 (Pearl, 1988),  $P(S,P|M) = P(S|M)P(P|M)$  を仮定する。これらの仮定により、表象を一意的に定めることができるようになる。そのように定めた論理表象が PPM である。64 種類の三段論法の PPM は 16 種類 (Figure 2) になる。

次に、三つの集合 S, M, P で定められる  $2^3 = 8$  個の部分集合に確率値を割り当てる (Table 1)。基本方針としては、論理関係に矛盾しない限り S, M, P は同じ確率 (= x) とし、また、できるだけ互い

に独立であるとする。この段階で、x と被覆度 c の二つのパラメータが導入される。後者は、A 型言明の名辞間の相対的確率値を定める。たとえば、「すべての S は M である」(または「すべての P は M である」) という前提文がある場合は、 $P(S) = cx$  (または、 $P(P) = cx$ ) とする。「すべての M は S である」(または「すべての M は P である」) という前提文がある場合は、 $P(P) = 1 - c(1 - x)$  とする。このパラメータは、 $c = 1$  のとき、M と S (または P) が完全に一致することを表し、c が 0 に近づくほど M と S (または P) の確率の大きさが異なることを表す。なお、服部(2011)では、パラメータ c と x は課題セット (一つの実験) の中で固定とされていたが、格による表象の違いを考慮して、課題ごとにパラメータ値が異なることとした。一方、服部(2011)で導入されていた注目度パラメータ a は、単純化のため省略した。その結果、PPM に対する確率付値が一意に定まることになり 16 種類に減った (Table 1)。

Table 1. Probabilities of All Subsets in Each Probability Prototype Model

No	Name	Type	P(S)	P(P)				
					1	2	3	5
					$P(S, M, P)$	$P(S, M, \bar{P})$	$P(S, \bar{M}, P)$	$P(\bar{S}, M, P)$
1	AA1	AA1	$cx$	$y$	$cx$	0	0	$\bar{c}x$
2	AA2	AA2	$cx$	$cx$	$c^2x$	$c\bar{c}x$	0	$c\bar{c}x$
3	AA3	AA3	$y$	$y$	$x$	0	$(y-x)y$	0
4	AA4	AA4	$y$	$y$	$cx$	$\bar{c}x$	0	0
5	AI13	AI1,3;AO1,3	$x$	$y$	$x^2$	0	$x(y-x)$	$x\bar{x}$
6	AI24	AI2,4;AO2,4	$x$	$cx$	$cx^2$	$\bar{c}x^2$	0	$cx\bar{x}$
7	IA12	IA1,2;OA1,2	$cx$	$x$	$cx^2$	$cx\bar{x}$	0	$\bar{c}x^2$
8	IA34	IA3,4;OA3,4	$y$	$x$	$x^2$	$x\bar{x}$	$\bar{c}x\bar{x}$	0
9	AE13	AE1,3	$x$	$y$	0	0	$\min(xy, y-x)$	$x$
10	AE24	AE2,4	$x$	$cy$	0	0	0	$\bar{c}x$
11	EA12	EA1,2	$cx$	$x$	0	$cx$	0	0
12	EA34	EA3,4	$y$	$x$	0	$x$	$\min(xy, y-x)$	0
13	IE	IE*;OE*	$x$	$x$	0	0	$x^2$	$x^2$
14	EI	EI*;EO*	$x$	$x$	0	$x^2$	$x^2$	0
15	EE	EE*	$x$	$x$	0	0	$x^2$	0
16	II	II*;IO*;OI*;OO*	$x$	$x$	$x^3$	$x^2\bar{x}$	$x^2\bar{x}$	$x^2\bar{x}$

Note. Parameters  $x$  and  $c$  indicate  $P(M)$  and degree of coverage, respectively (see text in detail). In this table,  $\bar{x}$  and  $\bar{c}$  stand for  $1 - x$  and  $1 - c$ , respectively; and  $y = 1 - c(1 - x)$ .  
 Moreover,  $P(4) = P(S, \bar{M}, \bar{P}) = P(S) - P(1) - P(2) - P(3)$   
 $P(6) = P(\bar{S}, M, \bar{P}) = P(M) - P(1) - P(2) - P(5)$ ,  
 $P(7) = P(\bar{S}, \bar{M}, P) = P(S) - P(1) - P(3) - P(5)$ , and  
 $P(8) = P(\bar{S}, \bar{M}, \bar{P}) = 1 - P(1) - P(2) - P(3) - P(4) - P(5) - P(6)$ .

次の段階では、Table 1 の確率値に基づいて7個の個物を生成して SMM を構成するが、その詳細については服部(2011)で述べられているので本稿では省略する。

最後に、SMM が満たす論理的関係を逐次検証し、結論として出力すべき言明を決定する。この段階において、Chater & Oaksford (1999)が導入した最大ヒューリスティック(max-heuristic)が取り入れられる。最大ヒューリスティックとは、結論に対する確信の度合いを定めるもので、二つの前提のうち情報量の多い方の情報量の多さに応じて結論の確信度が高まるとするものである。本モデルも PHM と同様、この確信度が当該結論の選択率の上限を定めると仮定し、最大前提が A, I, E, O のときの選択率を制限するパラメータを  $U_A$ ,  $U_I$ ,  $U_E$ ,  $U_O$  とする。たとえば、A 型の結論が導かれる確率は、PPM に基づいて構成された SMM において A が成立する確率の理論値をそのまま使うのではなく、その値に  $U_A$  を乗じた確率とする。

これらのパラメータは、以下のように正当化される。SMM が満たす論理関係は、常に、それが単に偶然に満たされている可能性を否定できない。特に、最大前提が O 型のように情報量が少ない場合は、確定的な結論を導出できる事前確率が低いいため、前提から構成される SMM が満たす特定の論理的関係は、偶然と考えられる確率が高くなる。その結果、導かれる結論に対して強い確信を抱くことが難しくなり、その結論を避けて別の結論を探す確率が高まると考えられる。このような結論づけの不安定さをインプリメントするのが、四つの最大ヒューリスティック・パラメータである。なお、このしくみは、与えられた課題の構造に大きく依存するというよりは、むしろ論証の型に依存すると考えられるため、パラメータ  $c$  や  $x$  とは異なり、これらは課題セットに固定とする。

モデルのパラメータ推定は、以下の要領で実施した。まず、モデルの半固定パラメータ ( $U_A$ ,  $U_I$ ,  $U_E$ ,  $U_O$ ) 推定するため、64 種類すべての三段論法を課題として使用した実験を過去の論文から網羅的に探索し、次の7件の実験データ ( $N=177$ ) を得た。

すなわち、Dickstein (1978) の実験 1 と 2、Johnson-Laird & Steedman (1978) の実験3の1回目と2回目、Johnson-Laird & Bara (1984) の実験3、Bara, Bucciarelli, & Johnson-Laird (1995)、Roberts, Newstead, & Griggs, R. A. (2001) の7件である。これらのデータを用いて、64 個の三段論法それぞれについて選択率(分散の均一化のため逆正弦変換を施した)のモデル予測値とデータの間の二乗平均平方根偏差 (root mean square deviation; RMSD) を求め、64 個の RMSD の単純平均  $d$  が最小になるように準ニュートン法によってパラメータ推定を行った。最適化計算には、R (ver. 2.15.0) の optim 関数 (L-BFGS-B オプション) を使用した。その結果、 $U_A = 0.817$ ,  $U_I = 0.593$ ,  $U_E = 0.343$ ,  $U_O = 0.422$  となった。(このとき  $x = 0.327$ ,  $c = 0.951$  であった。この  $x$  と  $c$  の値は、一種のデフォルト値とみなすことができる)。次に、これら四つのパラメータを固定した上で、個別の実験データに最適化するようにパラメータ  $x$  と  $c$  を同様の方法で推定した。

### 3. 実験

本実験では、格効果が大きくなるよう、集合の大小関係についての既有知識を利用する課題材料を用いた。たとえば、「すべての  $X$  は  $Y$  である」という前提について、 $X$  以外の多くの個体が  $Y$  であることを容易に推定されるよう、 $Y$  の確率が高いことが想定しやすい材料を使用した。

#### 3.1. 方法

**実験参加者** 立命館大学の学部生 89 名が実験に参加した。うち1名は回答方法が正しくなかったため、分析対象外とした。

**課題** 格効果が大きいと PSM が予測する三段論法課題として、全 64 個の中から 12 個を選択した。まず、格による影響のない II, IO, OI, IE, EI, EE, EO, OE, OO の 9 種類を対象外とし、残る 7 種類から格効果の大きいもの 5 種類を選んだ。格効果の大きさは、パラメータ  $c$  を 0.1 から 0.9 まで 0.1 刻みで変えながら同じ種類 (たとえば AA 型) の

三段論法の中での各選択肢 (A, I, E, O, N) の格による選択率の標準偏差を求め、その平均値とした。その結果、格効果の大きいものから順に、AA, AI, IA, AE, EA の5種類が選ばれた。そこから、PPMが異なる AA1, AA2, AA3, AA4, AI1, AI2, IA1, IA3, AE1, AE2, EA1, EA3 の12課題を使用した。

課題は、与えられた二つの前提が正しいとき、論理的に導かれる結論を選択肢の中から一つだけ選ぶというものであった。たとえば、AA1の課題では、第1前提文として「すべての花粉症の人は咳をしている」、第2前提文として「すべてのPh-血液型の人は花粉症である」が与えられ、結論を「すべてのPh-血液型の人は咳をしている」「いくらかのPh-血液型の人は咳をしている」「どのPh-血液型の人も咳をしていない」「いくらかのPh-血液型の人は咳をしていない」「この中に論理的に正しい結論はない」の中から選ぶよう指示された。なお、ここで使われた「咳をする」「花粉症」「Ph-血液型」という名辞は、この順番に確率が下がっていくことが想定されていた。確率が大きい事象を表す名辞としては「咳をする」以外に「鼻づまり」、中程度の事象には「花粉症」以外に「X症候群」、小さい事象には「Ph-血液型」以外に「φ線

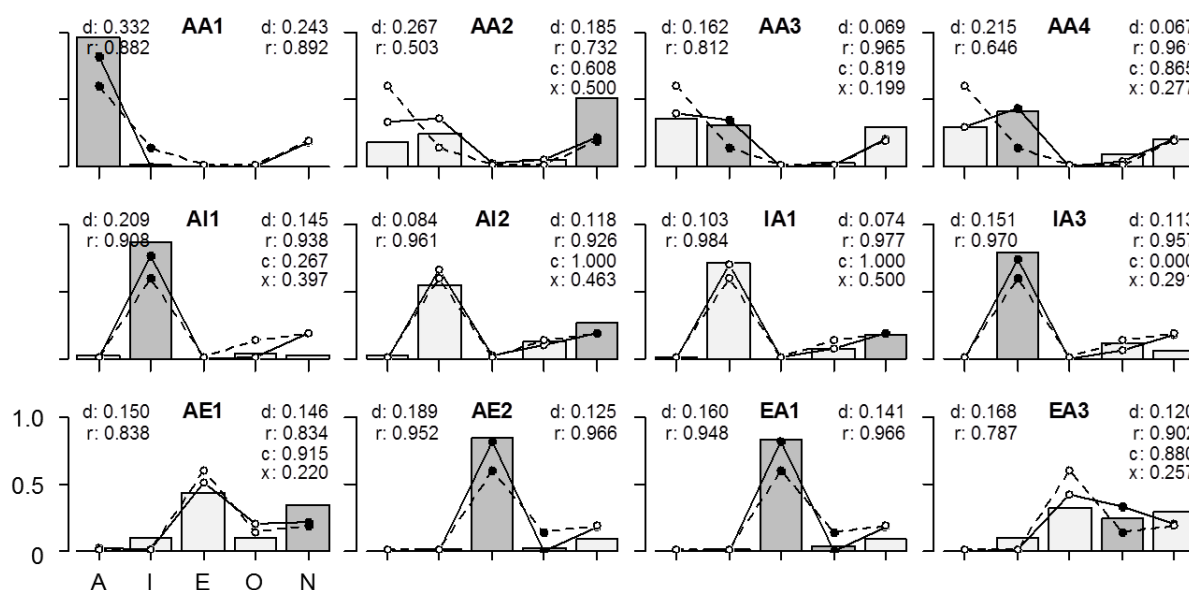
被爆」が用いられた。

**手続き** 課題の呈示順はランダム化して冊子に綴じ、前から順番に回答するよう指示した。呈示順を全く逆にした2種類の冊子を用意して、参加者の半分ずつにランダムに配布した。

### 3.2. 結果および考察

Figure 4 に各三段論法に対する解の選択率、PSMとPHMの予測値を示す。格によって回答パターンに大きな違いが見られた。たとえば、Aの選択率は、AA1では97%であったが、AA4では30%というように大きく異なった。このような選択率の違いは、PSMにしか説明できない。

データのモデルに対する全体的なフィットのよさは、各三段論法における結論選択率（逆正弦変換値）のRMSDの単純平均  $d$ 、および各三段論法の相関係数のFisher変換後の平均の逆変換値  $r$  によって評価した。PSMは  $d=0.129, r=0.937$  となり、PHMは  $d=0.182, r=0.902$  となった。いずれの指標についてもPSMの方がよいフィットを示した（このときのPHMのパラメータ値は、 $P_A=0.600, P_{Ent}=0.151, P_{Err}=0.025$ ）。



**Figure 4.** The results of the experiment and predictions by PSM and PHM. Bar charts indicate participants' selection rates, plane and broken lines and indicate predictions by PSM and PHM, respectively. The root mean square deviations ( $d$ ) and correlation coefficients ( $r$ ) at the left side of each figure are for PHM and those at the right side are for PSM.

以上より、PSMの予測通り、等確率性仮定が崩されると格効果が増大して、PHMのフィットが悪くなることが示された。この結果は、PHMの限界とPSMの妥当性を示す。同時に、三段論法推論の内容効果の少なくとも一部は、確率表象の形状によって説明できることを示唆する。

#### 4. 総合考察

本実験の結果、確率判断課題に用いられた方法(Hattori & Nishida, 2009)が、三段論法課題に対しても有効であることがわかった。このことは、確率判断と演繹で同じ種類の認知過程が働いていることを示唆し、思考心理学の統合的枠組み構築(服部, 2008)への期待を高める。

しかし、PSMは、演繹と帰納がまったく同じしくみで実行されていると主張しているわけではない。近年、確率論に基づく思考心理学の新パラダイム(e.g., Oaksford & Chater, 2007)の影響が増すにつれて、演繹と帰納が単一の推論かどうかについて激しい論争が繰り広げられているが、多くの実験結果は、両者の間の質的な違いを示唆している(Heit & Rotello, 2010; Rips, 2001; Rotello & Heit, 2009)。しかし、同時に、演繹が類似性などの確率的情報に左右される証拠も得られている(Heit & Rotello, 2010)。PSMは、確率情報に影響されるPPM構築の過程と、SMMを用いた個物に基づく演繹の過程を仮定するため、演繹と帰納の間の区別と関連性を同時に説明することができる。その意味で、思考の統合的枠組み構築の試みに対して貢献することが期待できるだろう。実際、PSMは、たとえばカテゴリーに基づく帰納にも比較的容易に拡張できる可能性がある。

#### 文献

- Bara, B. G., Bucciarelli, M., & Johnson-Laird, P. N. (1995). Development of syllogistic reasoning. *The American Journal of Psychology*, *108*, 157-193.
- Chater, N., & Oaksford, M. (1999). The probability heuristic model of syllogistic reasoning. *Cognitive Psychology*, *38*, 191-258.
- Dickstein, L. S. (1978). The effect of figure on syllogistic reasoning. *Memory & Cognition*, *6*, 76-83.
- 服部雅史 (2008). 推論と判断の等確率性仮説: 思考の対称性とその適応的意味. *認知科学*, *15*, 408-427.
- 服部雅史 (2011). 定言的三段論法推論の確率サンプリング・モデル. *日本認知科学会第28回大会論文集*, 74-83.
- Hattori, M., & Nishida, Y. (2009). Why does the base rate appear to be ignored? The equiprobability hypothesis. *Psychonomic Bulletin and Review*, *16*, 1065-1070. doi: 10.3758/PBR.16.6.1065
- Heit, E., & Rotello, C. M. (2010). Relations between inductive reasoning and deductive reasoning. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, *36*, 805-812. doi: 10.1037/a0018784
- Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models: Towards a cognitive science of language, inference and consciousness*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Johnson-Laird, P. N., & Bara, B. G. (1984). Syllogistic inference. *Cognition*, *16*, 1-61.
- Johnson-Laird, P. N., & Byrne, R. M. J. (1991). *Deduction*. Hove, UK: Lawrence Erlbaum Associates.
- Johnson-Laird, P. N., & Steedman, M. (1978). The psychology of syllogisms. *Cognitive Psychology*, *10*, 64-99.
- Oaksford, M., & Chater, N. (2007). *Bayesian rationality: The probabilistic approach to human reasoning*. New York, NY: Oxford University Press.
- Pearl, J. (1988). *Probabilistic reasoning in intelligent systems*. San Mateo, CA: Morgan Kaufman.
- Rips, L. J. (2001). Two kinds of reasoning. *Psychological Science*, *12*, 129-134. doi: 10.1111/1467-9280.00322
- Roberts, M. J., Newstead, S. E., & Griggs, R. A. (2001). Quantifier interpretation and syllogistic reasoning. *Thinking & Reasoning*, *7*, 173-204.
- Rotello, C. M., & Heit, E. (2009). Modeling the effects of argument length and validity on inductive and deductive reasoning. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, *35*, 1317-1330. doi: 10.1037/a0016648